



ISSN 2411–6602 (Online)

ISSN 1607–2855 (Print)

Том 12 • № 2 • 2016 С. 190 – 194

УДК 631.4:004

Нелінійна математична модель економічної родючості ґрунтів ландшафтних зон Закарпаття

Л.В. Гебрин-Байди*, О.О. Железняк, А.О. Терещенко

Національний авіаційний університет, м. Київ

Розглянуто деякі характеристики сучасного стану ґрунтів ландшафтних зон Закарпаття. Для оцінювання ефективності використання земель сільськогосподарського призначення в Закарпатті запропоновано нелінійну математичну модель залежності економічної родючості ґрунтів від затрат на вирощування сільськогосподарських культур. Проведено оцінку ефективності використання земель сільськогосподарського призначення Закарпатської області України у трьох ландшафтних зонах області за традиційними для них сільськогосподарськими культурами.

НЕЛИНЕЙНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПЛОДОРОДИЯ ПОЧВ ЛАНДШАФТНЫХ ЗОН ЗАКАРПАТЬЯ, Гебрин-Байды Л.В., Железняк О.О., Терещенко А.О. — Рассмотрены некоторые характеристики современного состояния почв ландшафтных зон Закарпаття. Для оценки эффективности использования земель сельскохозяйственного назначения предложено нелинейную математическую модель зависимости экономического плодородия почв от затрат на выращивание сельскохозяйственных культур. Проведена оценка эффективности использования земель сельскохозяйственного назначения Закарпатской области Украины в трех ландшафтных зонах области по традиционным для них сельскохозяйственными культурам.

NONLINEAR MATHEMATICAL MODEL OF THE ECONOMIC SOIL FERTILITY FOR LANDSCAPE AREAS OF THE TRANSCARPATIA, by Gebrin-Baydi L.V., Zheleznyak O.O., Tereshchenko A.O. — The article discusses some of the characteristics of Transcarpathian region soils current conditions. For evaluation of the efficiency of agricultural land use we propose a nonlinear mathematical model of soil fertility depending on the economic costs on growing crops. Efficiency of agricultural land use in Transcarpathian region of Ukraine in three landscape zones by traditional for them agricultural crops is assessed.

Ключевые слова: нелинейная зависимость; математическая модель; сельскохозяйственные культуры; урожайность; экономическое плодородие; ландшафтные зоны; почвы.

Key words: nonlinear dependence; mathematical model; crops; yields; economic fertility; landscaped areas; soils.

1. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

У контексті нашого дослідження — поняття ефективності використання земель сільськогосподарського призначення і підходу до її оцінки — важливо відзначити основоположну роль родючості ґрунтів. Розрізняють природну, потенційну, штучну і ефективну, або дійсну, родючість ґрунтів [1]. Ефективна родючість, що визначається таким параметром, як величина врожаю, є дійсним вираженням природної та штучної родючості й значною мірою обумовлюється рівнем розвитку науки і техніки, залежить від природно-кліматичних умов і ефективності використання наявних економічних ресурсів [2]. Постає важлива науково-практична задача — виявлення статистичних залежностей підвищення ефективної економічної родючості для різних ґрунтів (факторів збільшення врожайності) і рівня витрат сільськогосподарського виробництва. Виявлені закономірності дозволять обґрунтувати шляхи нарощення потенціалу продовольчої безпеки держави, а також слугуватимуть цілям оцінювання земель і встановлення їх ринкової вартості.

2. АКТУАЛЬНІСТЬ ПРОБЛЕМИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Ефективність використання земель визначається економічною родючістю ґрунтів. Для кількісного описання ефективної родючості ґрунтів розроблені математичні моделі залежності економічної родючості від затрат на вирощування [2, 4]. Істотним недоліком лінійних моделей, що характеризують зростання родючості, є те, що віддача одного гектара землі не може збільшуватись до безкінечності, оскільки існує економічний закон зменшення використання ефективності майбутніх витрат. У зв'язку з тим, що лінійні моделі обмежені у застосуванні, для оцінки ефективності використання землі застосовують нелінійні моделі, які передбачають існування стану насичення та максимальної родючості при визначених витратах на вирощування сільськогосподарської продукції [5].

* Гебрин-Байди Лілія Василівна; ✉ gebrin_liliya@mail.ru

3. ОСНОВНІ ФОРМУЛИ ОПИСАННЯ ЕКОНОМІЧНОЇ РОДЮЧОСТІ ЗЕМЕЛЬ

Для визначення ефективності використання земельних ресурсів Закарпатського регіону необхідно знайти максимальний прибуток, що одержаний від вирощування сільськогосподарських культур при обмеженні площі орних земель:

$$\max P(Q, z) \quad \text{при} \quad S \leq S_0, \quad (1)$$

де $\max P$ — прибуток, Q — кількість зібраного урожаю вирощуваної сільськогосподарської продукції, z — затрати на вирощування сільськогосподарської продукції, S — вибрані площі земель сільськогосподарського призначення області.

Максимізуючи прибуток $P_{\max}(Q, z)$, який залежить від величини вирощеного врожаю Q і затрат на вирощування z при обмежених посівних площах регіону S , кількість вирощеної сільськогосподарської продукції Q_j визначатиметься як

$$Q_{i,j} = \rho_{i,j} S_{i,j}, \quad (2)$$

де $\rho_{i,j}$ — економічна родючість i -ї ділянки j -ї культури, що вирощується на цій ділянці, площа i -ї ділянки, що засіяна j -ю культурою.

Під час розгляду лінійних моделей, які використовуються для визначення прибутку, що приносить вибрана земельна ділянка, зв'язок між економічною родючістю $\rho_{i,j}$ та затратами на вирощування $z_{i,j}$ виражається такою залежністю:

$$\rho_{i,j} = a_{i,j} z_{i,j}, \quad (3)$$

де $a_{i,j}$ — адаптований показник лінійної залежності.

Тобто передбачаємо, що врожайність зростатиме пропорційно затратам на вирощування різних сільськогосподарських культур згідно з визначеною ландшафтною зоною. Проте модель з лінійною функцією (3) має свої особливості. При максимізації виробництва продукції з заданими обмеженнями по площі земельної ділянки все виробництво буде зосереджено на одному гектарі землі, де продуктивність найкраща з точки зору вибраного критерію. У такому разі буде вибрана земля з продуктивністю, що характеризується найбільшою величиною коефіцієнта $a_{i,j}$. Для різних культур характерними є як визначена родючість, так і відповідні затрати.

Економічна родючість (3) визначається затратами на вирощування сільськогосподарських культур і залежить від нахилу прямої лінії, яким описується величина $a_{i,j}$.

Зрозуміло, що найбільш ефективне використання будуть мати ті землі, які мають найбільше значення коефіцієнта $a_{i,j}$.

Багаторічні економіко-статистичні дані використання земель сільськогосподарського призначення свідчать про те, що економічна родючість ґрунтів Закарпаття нелінійно залежить від затрат на виробництво сільськогосподарської продукції. Спочатку збільшення затрат справді приводить до істотного зростання економічної родючості, але потім цей процес сповільнюється, досягаючи максимуму. Подальші збільшення витрат стають неефективними, оскільки призводять до зменшення економічної родючості ґрунтів вибраної ландшафтної зони [5, 9].

Виявлена статистична залежність економічної родючості від затрат може бути наближено описана такою функцією:

$$\rho_{i,j} = A_{i,j} z_{i,j}^2 e^{-\beta_{i,j} z_{i,j}}, \quad (4)$$

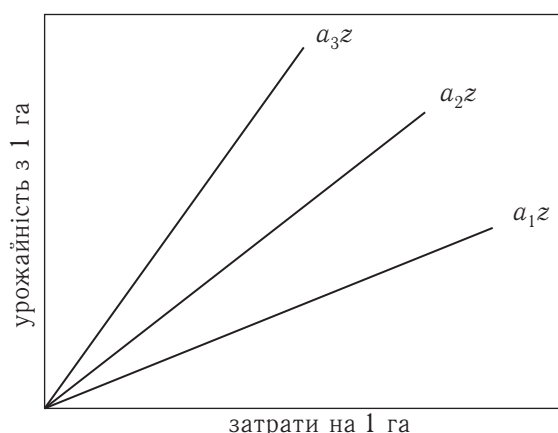


Рис. 1. Лінійні функції віддачі землі; a_1z, a_2z, a_3z — функції врожайності сільськогосподарських культур залежно від родючості земель

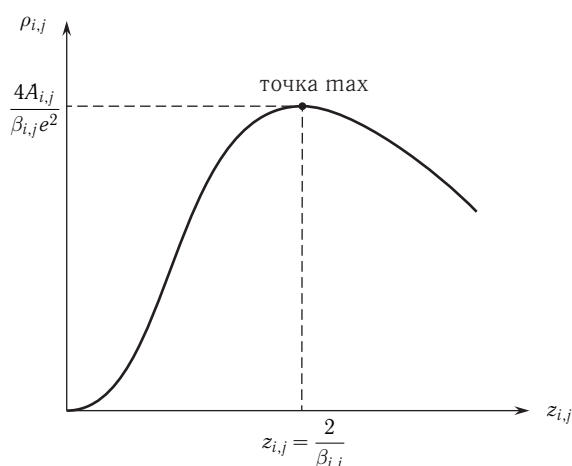


Рис. 2. Залежність економічної родючості сільськогосподарських культур $\rho_{i,j}$ від затрат на вирощування $z_{i,j}$ адаптованої апроксимації для різних ландшафтних зон та с/г культур, відповідні коефіцієнти $A_{i,j}$ та $\beta_{i,j}$

де $A_{i,j}$ та $\beta_{i,j}$ — адаптовані параметри нелінійної математичної моделі, які визначаються методом найменших квадратів для кожної ландшафтної зони та засіяних культур, $z_{i,j}$ — затрати на вирощування.

Важливо дослідити залежність (4) на екстремум з метою одержання оптимального використання затрат на вирощування різних сільськогосподарських культур в ландшафтних зонах Закарпаття.

З рівняння

$$\frac{\partial \rho_{i,j}}{\partial z_{i,j}} = A_{i,j} e^{-\beta_{i,j} z_{i,j}} (2z_{i,j} - \beta_{i,j} z_{i,j}^2) = 0$$

за умов $A_{i,j} > 0$, $\beta_{i,j} > 0$ знаходимо, що в точці $z_{i,j} = \frac{2}{\beta_{i,j}}$ функція має максимум та набуває в ній значення $(\rho_{i,j})_{\max} = \frac{4A_{i,j}}{\beta_{i,j}e^2}$

Виявлення існування максимальної економічної родючості ґрунтів для різних сільськогосподарських культур має велику наукову і практичну цінність.

Знайдені величини максимальної економічної родючості дозволяють ефективно використовувати наявні матеріальні, трудові та фінансові ресурси.

Після досягнення точки максимуму врожайності $(\rho_{i,j})_{\max}$ немає сенсу для даної ландшафтної зони збільшувати затрати на вирощування вибраної сільськогосподарської культури. Загальна віддача гектара сільськогосподарських угідь при цьому буде спадати. Тобто економічна родючість ґрунтів зменшуватиметься. Порог насичення обумовлений технологіями обробітку землі і не впливає на загальну статистичну закономірність залежності врожаю від затрат, а лише може зміщувати параметри оптимальних значень врожайності і величини затрат [5, 8].

З математичної точки зору це означає, що коефіцієнти $A_{i,j}$ та $\beta_{i,j}$ для різних агротехнічних технологій будуть мати різне значення. Схематично зміна економічної родючості показана на рис. 2.

Проаналізувавши статистичну інформацію по ефективності використання земель сільськогосподарського призначення з 1995 по 2014 рр. [6, 7] встановили, що для побудови нелінійних математичних моделей доцільним буде взяти дані по трьох характерних районах та трьох відповідних культурах, які узагальнено описують стан ефективності використання земель сільськогосподарського призначення залежно від ландшафтної зони області (три райони на зону): i — сільськогосподарська культура; i_1 — зернові культури; i_2 — овочі; i_3 — картопля; j — райони області відповідно до ландшафтної зони (низовинна, передгірська, гірська).

Для визначення параметрів нелінійної математичної моделі $A_{i,j}$, $\beta_{i,j}$ використаємо статистичні дані залежності економічної родючості від затрат на вирощування сільськогосподарських культур у вибраних ландшафтних зонах Закарпаття. Для цього застосуємо метод найменших квадратів. Результати розрахунків визначених параметрів нелінійної математичної моделі подано у табл. 1.

Таблиця 1. Параметри нелінійної математичної моделі залежності економічної родючості від затрат на вирощування сільськогосподарських культур

Вибрані культури	Ландшафтні зони					
	Низовина		Передгір'я		Гори	
Коефіцієнти	$A_{i,j}10^{-3}$	$\beta_{i,j}10^{-2}$	$A_{i,j}10^{-3}$	$\beta_{i,j}10^{-2}$	$A_{i,j}10^{-3}$	$\beta_{i,j}10^{-2}$
Зернові	4,71	2,59	1,47	1,57	1,53	1,87
Овочі	0,29	0,27	0,25	0,27	18,92	2,59
Картопля	8,37	1,57	12,67	2,01	2,88	0,97

Для подальшого аналізу ефективності використання земель сільськогосподарського призначення Закарпаття для кожної культури та вибраної ландшафтної зони побудовано графіки економічної родючості (рис. 4, 5, 6).

Детально проаналізувавши показники вирощування зернових культур у районах Закарпаття та побудувавши відповідні графіки залежності економічної родючості від затрат на вирощування, встановили, що найефективніше вирощувати зернові культури у низовинній ландшафтній зоні. Оскільки при менших затратах можливо збільшити економічну родючість ґрунтів та значно підвищити врожайність, при цьому знайдені критичні затрати, що забезпечують максимальну економічну родючість (точка Q_1 на рис. 3). Найменша економічна родючість по вирощуванню зернових культур прослідкована у гірській ландшафтній зоні, попри те, що затрати на вирощування є такими, як і на низовинній ландшафтній зоні. Таким чином, отримаємо меншу економічну родючість, що означає і зменшення віддачі з одного гектара землі (точка Q_3 на рис. 3). У свою чергу, аналіз передгірської зони засвідчив, що саме ця зона займає проміжне положення згідно з побудованим графіком (рис. 3). Передгірська зона характеризується такою особливістю, що на певному інтервалі затрат економічна родючість в точці насичення (поблизу точки Q_2) змінюється на незначну величину. У зв'язку з цим ефективність використання земель сільськогосподарського призначення в цій ландшафтній зоні пов'язана зі знаходженням інтервалу раціональних затрат.

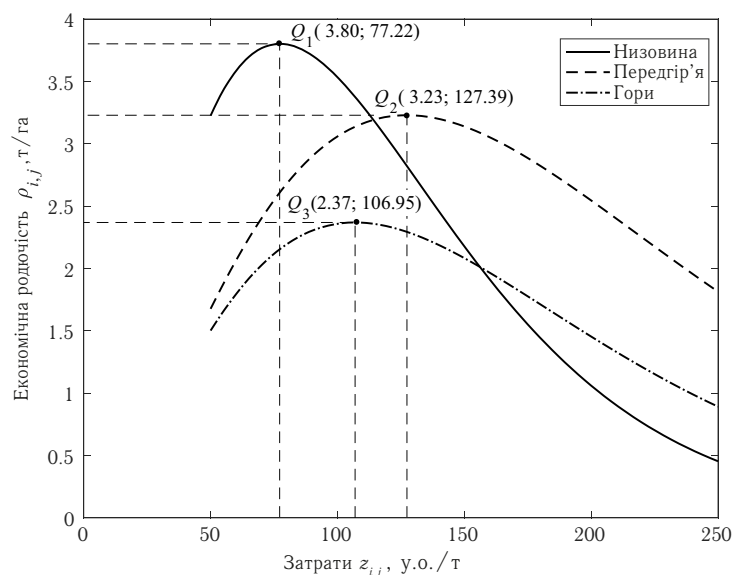


Рис. 3. Залежність економічної родючості зернових культур від затрат на вирощування згідно з ландшафтними зонами

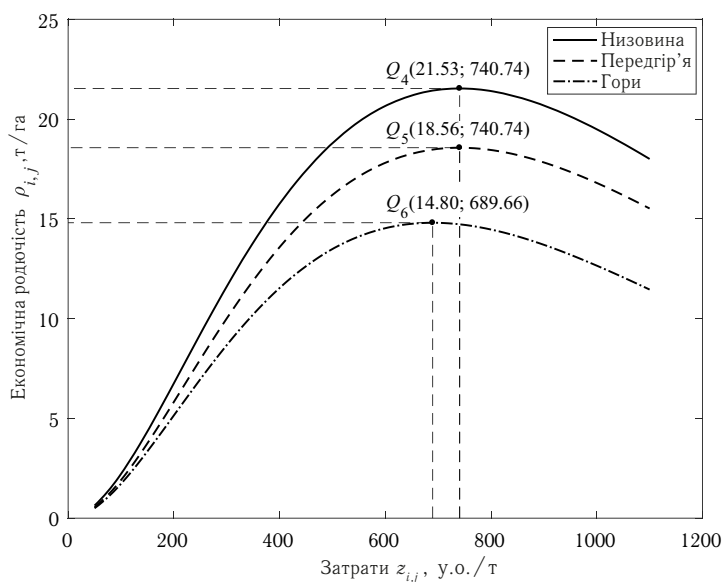


Рис. 4. Залежність економічної родючості овочевих культур від затрат на вирощування згідно з ландшафтними зонами

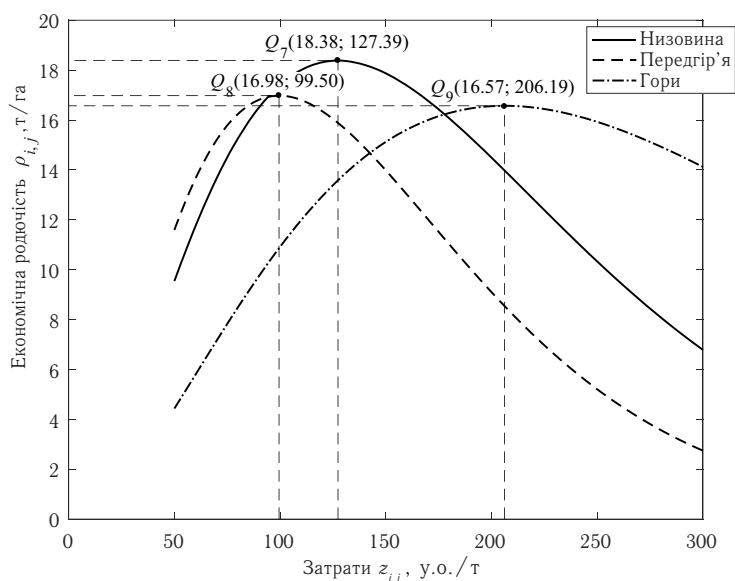


Рис. 5. Залежність економічної родючості картоплі від затрат на вирощування згідно з ландшафтними зонами

Дослідження затрат на вирощування овочевих культур у різних ландшафтних зонах Закарпаття показано на рис. 5. З даного графіка випливає, що найбільш рентабельним є вирощування овочів саме на низовинній ландшафтній зоні (точка Q_4). З іншого боку, найбільш затратною для вирощування є гірська частина області, де економічна родючість не значно зростає при збільшенні затрат (точка Q_6). Як випливає з рис. 5, залежності економічної родючості від затрат для різних зон є подібними і відрізняються лише точками максимуму (точки Q_4 , Q_5 , Q_6). Вирощування овочевих культур є процес конкурентоспроможний та дає значний прибуток для агропромислового комплексу області.

Проведені дослідження щодо вирощування картоплі у різних ландшафтних зонах Закарпаття дозволили знайти цікаві статистичні закономірності. Виявлено, що найбільш ефективним є вирощування картоплі у передгірській ландшафтній зоні (точка Q_8). Згідно зі статистичними даними та розробленою нелінійною математичною моделлю, при менших затратах на вирощування картоплі економічна родючість є вищою ніж на низовинній та гірській частині області (точки Q_7 , Q_9). Це означає, що вирощування картоплі є дуже економічно вигідним саме у передгірській ландшафтній зоні. Слід зазначити, що максимальна економічна родючість може досягнути максимуму на низовинній зоні, але тоді потрібно значно збільшити затрати на вирощування (точка Q_7). Потребує значних затрат на вирощування картоплі і гірська зона. Тому як для досягнення однакової економічної родючості необхідно значно збільшити затрати на вирощування (рис. 5, точка Q_9).

4. ВИСНОВКИ

Дослідження статистичних закономірностей дозволило виявити максимальну економічну родючість ґрунтів для різних ландшафтних зон Закарпаття. Запропоновано нелінійну математичну модель залежності економічної родючості від затрат на вирощування. Всі знайдені параметри характеризують економічну родючість ґрунтів у середньому по ландшафтних зонах, допускаючи певні відхилення, що залежать від методів управління у галузі сільського господарства та наявності відповідних економічних ресурсів. При використанні земель сільськогосподарського призначення Закарпаття необхідно враховувати нелінійну залежність економічної родючості від затрат задля отримання максимального прибутку від вирощування сільськогосподарських культур у вибраних ландшафтних зонах області.

Проведені дослідження, дозволяють зробити такі узагальнюючі висновки:

1. Встановлено, що економічна родючість ґрунтів Закарпаття для різних ландшафтних зон нелінійно залежить від затрат на вирощування сільськогосподарських культур.
2. Виявлено існування стану насичення родючості ґрунтів залежної від затрат на вирощування основних сільськогосподарських культур.
3. Запропоновано нелінійну математичну модель залежності економічної родючості від затрат та знайдено величину оптимальних затрат, за яких урожайність сільськогосподарських культур у різних ландшафтних зонах Закарпаття досягає максимальних значень.

1. Волков С.Н. Экономическая эффективность внутрихозяйственного землеустройства: учеб. пособие — Moscow: Московский институт инженеров землеустройства, 1990. — 125 с.
2. Волков С.Н. Экономика землеустройства. — М: Колос, 1996.
3. Гебрин Л.В. Ефективність використання земельно-ресурсного потенціалу в Україні // Тези міжнародної наукової конференції “Астрономічна школа молодих учених”, 15–17 травня 2012 р., Кам’янець-Подільський. — 2012. — С.14–16.
4. Харченко О.В. Основи програмування врожаїв сільськогосподарських культур. — Суми: ВТД «Університетська книга», 2003. — 283 с.
5. Голуб А.А., Струков Е.Б. Экономика природных ресурсов. — М.: Аспект Пресс, 1998. — 319 с.
6. Framework Convention on the Protection and Sustainable Development of the Carpathians, 2003. The Fifth Ministerial Conference “Environment for Europe”, Kiev, 22 May 2003. — <http://www.carpathianconvention.org/text-of-the-convention.html>.
7. Головне управління статистики у Закарпатській області. — <http://www.uz.ukrstat.gov.ua/index2014.html>.
8. Perelet R., 1995. Economics and Environment. Organization of Economic Cooperation and Development, Harvard Institute for International Development, Moscow.
9. Реймерс Н.Ф. Природопользование. Словарь-справочник. — М.: Мысль, 1990. — 639 с.

Надійшла до редакції 2.10.2016
Прийнята до друку 16.12.2016