



ISSN 2411–6602 (Online)

ISSN 1607–2855 (Print)

Том 12 • № 2 • 2016 С. 171 – 178

УДК 504.3.054 : 004.9

Аналіз підходів щодо прогнозування зсувних процесів

В.І. Зацерковний^{1*}, М.Д. Богославський²

¹Київський національний університет імені Тараса Шевченка

²Національний авіаційний університет, м. Київ

В статті розглянуто основні проблеми, пов'язані із зсувними процесами. Особливістю прогнозування зсувних процесів є формалізований підхід з урахуванням геологічних, тектонічних, геоморфологічних, геофізичних, метеорологічних, гідрогеологічних факторів. Прогнозування екзогенних геологічних процесів (ЕГП) здебільшого здійснюється на основі регресійної моделі. Відновлення регресійних (поліноміальних) моделей засновано на певному класі алгоритмів, тому доводиться відповідати на питання, а який саме чисельний метод взяти за основу створення регресійної моделі.

АНАЛИЗ ПОДХОДОВ К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ ОПОЛЗНЕВЫХ ПРОЦЕССОВ, Зацерковный В.И., Богославский М.Д. — В статье рассмотрены основные проблемы, связанные с оползновыми процессами. Особенностью прогнозирования оползневых процессов является формализованный подход с учетом геологических, тектонических, геоморфологических, геофизических, метеорологических, гидрологических факторов. Прогнозирование экзогенных геологических процессов, как правило, осуществляется на основе регрессионной модели. Восстановление регрессионных (полиномиальных) моделей основано на определенном классе алгоритмов, поэтому приходится отвечать на вопрос, а какой именно численный метод брать за основу создания регрессионной модели.

ANALYSIS OF APPROACHES TO FORECAST LANDSLIDE PROCESSES, by Zatserkovnyi V.I., Bogoslavskyi M.D. — Major problems related to soil slip are investigated in this article. The peculiarity of forecasting of soil slip is a formalized approach which takes into account geological, tectonic, geomorphological, geophysical, meteorological, hydrologic factors. The forecasting of exogenous geological processes as a rule is executed on the basis of regression model. The recovery of regression (polynomial) models is based on the certain algorithm class, this is why it's needed to answer the question which exactly numerical method should be taken as a basis for the creation of regression model.

Ключевые слова: экзогенные геологические процессы; нарушенное состояние; техногенная нагрузка; оползни; прогнозирование оползней.

Key words: exogenous geological processes; damaged condition; environmental pressure; soil slip; soil slip predictability (forecasting).

1. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Урбанізація країни, створення потужних гірничодобувних, гідротехнічних, гідромеліоративних, агро-промислових та інших технологічних комплексів, атомних, гідро- і теплових електростанцій призвели до значного зростання техногенного навантаження на верхню зону геологічного середовища та активізації екзогенних геологічних процесів (ЕГП). Через складні інженерно-геологічні умови на території України та негативний вплив техногенного навантаження на природне середовище у ряді регіонів відбувається активізація небезпечних геологічних процесів — підтоплення, карстування, інтенсифікація зсувів, зниження несучих властивостей лесових ґрунтів та глин, просідання та осідання земної поверхні внаслідок підробок гірничими виробками тощо.

На жаль, й подальший розвиток господарського комплексу України відбувається в умовах нарощування техногенної дестабілізації геологічного середовища, наслідком якої є подальше збільшення кількості кризових явищ в екологічних системах, в тому числі активізація небезпечних ЕГП, практично на всій території. Залучення територій з розвиненими ЕГП у сферу господарської діяльності призводить до змін навколишнього середовища, що супроводжуються порушенням рівноваги породних масивів при видобутку нафти, вугілля, солі, піщано-гравійної та глиняної сировини, вирубці лісів тощо.

Підтоплення і водонасичення ґрунтів зони аерації сприяють активізації зсувів, збільшують площі просідання лесових ґрунтів. Активізація карстового процесу виводить з господарського освоєння значні площі освоєних земель та загрожує функціонуванню об'єктів економіки в районах розповсюдження порід, які здатні до карстування. Крім того, у зв'язку зі стрімким розвитком будівництва через відсутність вільних площ будівництво в містах часто ведеться на територіях, які є потенційно небезпечними, де спостерігаються різноманітні ЕГП: ерозія, зсуви, селі, суфозія тощо. В результаті цього активізуються

* Зацерковний Віталій Іванович; ✉ zvigis@mail.ru

старі зсуви або розвиваються нові, що спричиняє неминучі зміни довкілля, що супроводжуються посиленням техногенного тиску на довкілля. Це свідчить про те, природно-техногенна ситуація в Україні залишається напруженою, а в ряді окремих регіонів країни — загрозливою, а отже, проблеми оцінки інженерно-геологічних умов територій, активізації небезпечних геологічних процесів, питання вивчення умов їх розвитку і прогнозування розвитку стали в ряд першочергових і невідкладних і вимагають системного підходу щодо боротьби з ними та запобігання їх виникненню. Важливим аспектом цієї діяльності є завчасне прогнозування можливості виникнення ЕГП і запобігання економічним збиткам. Прогнозування є процесом наукового передбачення майбутнього стану процесу чи явища, що здійснюється на основі минулого і сучасного, вивчення тенденцій змін, аналізу інформації щодо якісних і кількісних показників і здійснюється за різними характеристиками (масштабом прогнозування; часом прогнозування (горизонт, термін); функціями прогнозу; характером об'єкта тощо.

В загальному випадку прогнозування розглядається як дослідницький і розрахунково-аналітичний процес, метою якого є одержання імовірнісних даних про майбутній стан і характер розвитку прогнозних явищ, стану і характеру визначальних параметрів функціонування систем чи об'єкту [2].

Аналіз літературних джерел свідчить, що для розв'язання задач прогнозу ЕГП здебільшого застосовуються методи регресійного аналізу, в меншій мірі досліджено статистично-імовірнісні методи, які використовують дані за деякий період спостереження.

Метою статті є пошук підходів щодо розроблення методики прогнозування ЕГП на основі попередніх статистичних даних.

2. ШЛЯХИ ВИРІШЕННЯ ПРОБЛЕМИ

На сьогодні майже 80% території України знаходиться в техногенно порушеному стані [1]. Карта яружності території України представлена на рис. 1.

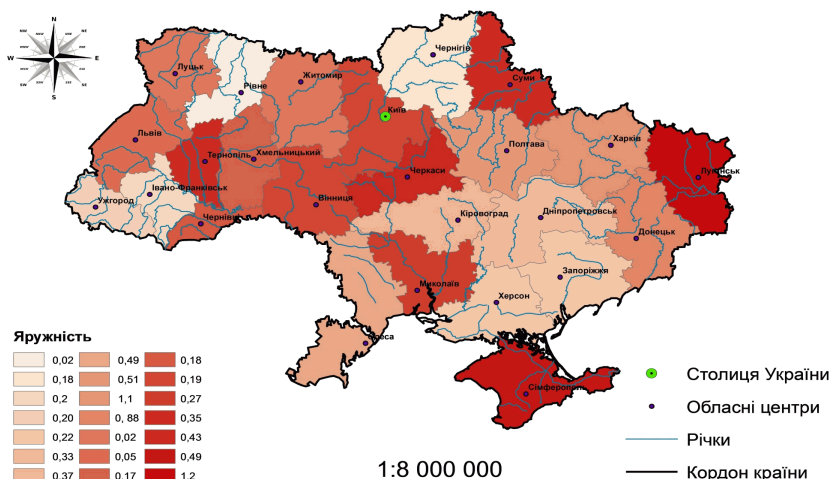


Рис. 1. Карта яружності територій України

Прогноз можливої загальної кількості ЕГП техногенного характеру у відповідності з основною гіпотезою про природу передбачення майбутнього має здійснюватися на основі вивчення, аналізу і узагальнення попереднього досвіду — історії передбачуваного явища. Такі дані щорічно наводяться в національних доповідях про стан техногенної та природної безпеки в Україні [1].

Особливістю прогнозування зсувних процесів є формалізований підхід з урахуванням геологічних, тектонічних, геоморфологічних, геофізичних, метеорологічних, гідрогеологічних факторів та розрахунок комплексного показника факторних характеристик з подальшим переходом до ймовірності.

До основних ЕГП, що активізуються техногенним впливом, відносяться:

- 1) просідання та підтоплення територій;
- 2) зсуви;
- 3) карстові процеси;
- 4) зменшення сейсмостійкості породних масивів;
- 5) ерозія та абразія.

Прогнозування ЕГП здебільшого здійснюється на основі регресійної моделі. Отримання регресійних (поліноміальних) моделей засновано на певному класі алгоритмів, тому доводиться відповідати на питання, а який саме чисельний метод взяти за основу створення регресійної моделі?

На сьогодні існує величезна кількість підходів, алгоритмів і програм, які дозволяють в тому або іншому ступені раціонально організувати обчислювальні процедури. До них відносяться [2–8]: метод усіх можливих регресій; метод вибору “найкращої підмножини” предикатів; метод виключення; покроковий регресійний метод; гребенева (“рідж”) регресія; “ПРЕСС”-регресія; регресія на головних компонентах;

регресія на ортогональні поліноми Чебишева; регресія на власних значеннях; східчастий регресійний метод; регресія на основі G -обернення; робастна регресія; регуляризація за Тихоновим; регресія з використанням сингулярних розкладань; схеми Холецкого і Хаусхолдера; метод групового урахування аргументів (МГУА).

На цій основі написана велика кількість пакетів програм на різних алгоритмічних мовах, наприклад, [3, 5].

Однак частина з них мало відрізняється одна від одної, а іншими досить складно скористатися. Цей факт можна пояснити тим, що [3]:

- більшість пакетів програм розроблялися приблизно в один і той же час, незалежно один від одного, і ґрунтувалися на одному і тому ж фундаменті наявних на той час математичних методів;
- відсутність, недостатність або наявність помилок в необхідній документації по використанню розроблених пакетів програм призводять до того, що найчастіше простіше розробити нові програми, ніж розібратися у відомих;
- досконало неопрацьованою залишається поки що проблема порівняння і вибору кращого алгоритму або програми;
- автоматизовані тільки лише розрахунки, а аналіз результатів і вибір найкращих варіантів, як і раніше, провадиться інтуїтивно, вимагаючи суттєвих витрат часу і коштів.

Використання традиційних інших підходів для створення поліноміальних моделей прогнозування зсувів виявилось малоефективним через притаманні їм в тому або іншому ступені спільних недоліків: великої чутливості до похибок виміру відгуків; великими погрішностями в обчисленні коефіцієнтів поліномів при поганій обумовленості матриці планування; неможливістю розрахунку коефіцієнтів полінома у випадку недостатньої кількості експериментів; відсутності формалізованих методів вибору оптимальної структури поліноміальної моделі.

Більше того, задача виявляється взагалі нерозв'язною при достатньо великій кількості варійованих факторів.

При створенні регресійних прогнозних моделей ступені поліномів зазвичай невеликі. Однак кількість параметрів може бути значною (більше 10...15). Чутливість контрольованих параметрів до більшості варійованих факторів мало відрізняється одна від одної. Крім того, контрольовані параметри, отримані зазвичай в результаті вимірів, містять погрішності. Ці особливості призводять до того, що задача відновлення поліноміальних залежностей розглядуваних тематичних шарів ЕГП є погано обумовленою. Тому, незважаючи на те, що на даний час запропонований цілий ряд алгоритмів отримання поліноміальних моделей просторових об'єктів, цикл робіт у цьому напрямку далекий від завершення, як у частині вдосконалення математичних методів, так і в частині охоплення класу задач.

У зв'язку з цим виникла необхідність випробувати ряд підходів, щоб при наступних комп'ютерних експериментах і порівняльній оцінці виявити комплекс алгоритмів, здатних автоматизувати вибір оптимальної структури поліноміальної моделі в умовах поганої обумовленості задачі і розв'язати тим самим задачу створення моделей прогнозування зсувних процесів.

Вихідна інформація для побудови поліноміальної моделі може бути отримана по результатах натурних досліджень або розрахунковим шляхом на базі математичних моделей об'єкта дослідження. При цьому передбачається, що фактори задаються без помилок.

В процесі відновлення моделей можуть зустрітися два випадки: структура математичної моделі відома апіорі і задача відновлення зводиться до визначення коефіцієнтів цієї моделі; структура математичної моделі заздалегідь невідома. У другому, більш загальному випадку, використовуються відрізки нескінченного ряду Тейлора [8] і задача відновлення полягає у визначенні як числа членів ряду, так і коефіцієнтів при цих членах. Треба враховувати, що підвищення складності відновлюваного полінома дозволяє отримати краще співпадіння відновлюваної залежності з експериментальними даними. Але збільшення ступеня полінома доцільно лише до тих пір, поки з експериментальної вибірки добувається надійна інформація [6]. Тому дуже важливо створення таких алгоритмів відновлення, у яких процес вибору оптимальної структури був би формалізованим при надійному отриманні значимих, незміщених і ефективних оцінок.

Комбінаторний алгоритм, що заснований на методі повної математичної індукції [6, 8] дозволяє не пропустити оптимальної структури відновлюваних поліномів. Алгоритм, представлений на рис. 2, є багатоетапним.

На першому етапі здійснюється пошук тільки в класі одночленів, на другому етапі досліджуються можливі двочленні описи тощо. Математично задача відновлення поліноміальної моделі формулюється наступним чином. Є m експериментів, для кожного з яких відомий вихідний вектор \vec{W} , розмірності $(m \times 1)$; матриця спостережень (планування) U незалежних змінних u_1, u_2, \dots, u_k , складена таким чином, щоб область факторного простору була рівномірно заповнена, що дозволяє виявити характер вихідної функції навіть при достатньо складній її зміні.

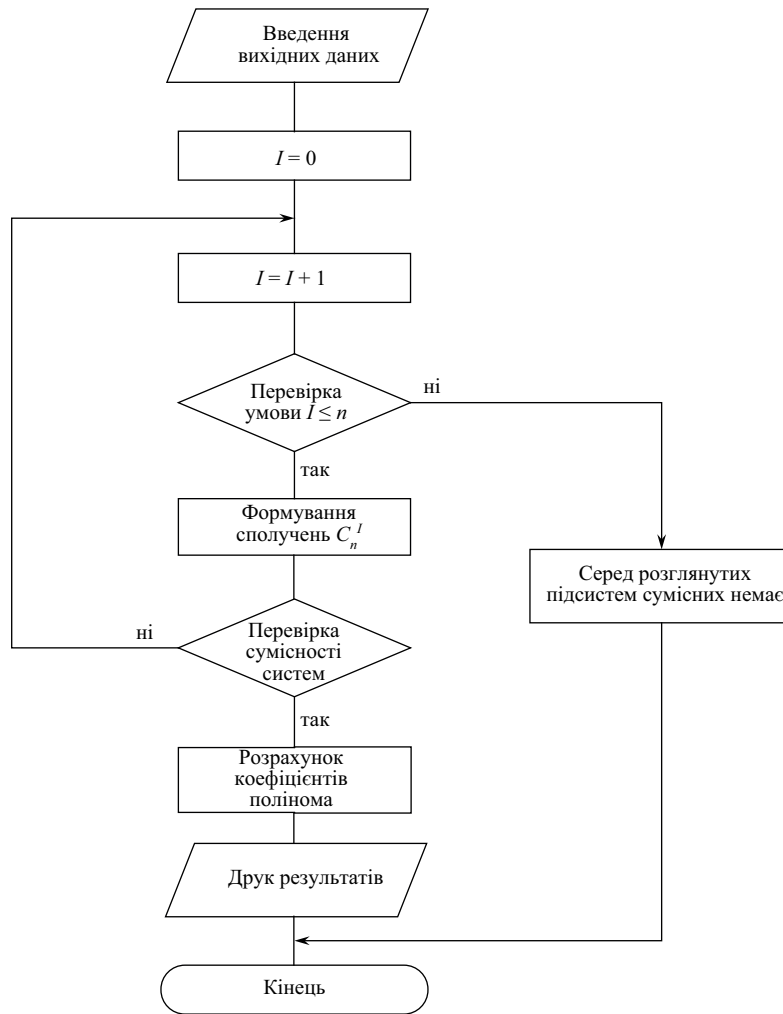


Рис. 2. Блок-схема комбінаторного алгоритму

Кожний з отриманих результатів розглядають як випадкову реалізацію вихідної функції. Розмірність матриці \mathbf{U} становить $(m \times n)$.

Необхідно знайти аналітичний вираз залежності:

$$\vec{\mathbf{W}} = F(\mathbf{U}), \quad (1)$$

яка найкращим чином відтворює значення вихідної функції (функції відгуку) $\vec{\mathbf{W}}$ і розкриває характер і ступінь впливу незалежних факторів $u_i, i = 1, k$.

В матричному вигляді можна записати:

$$\vec{\mathbf{W}} = \mathbf{U}\vec{\mathbf{B}} + \Delta\vec{\mathbf{W}}, \quad (2)$$

де

$$\vec{\mathbf{W}} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \dots \\ w_m \end{bmatrix}; \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1k} & u_{11}^2 & \dots & u_{1n-1}^2 & u_{1n-1} & \dots & u_{11} \\ u_{21} & u_{22} & \dots & u_{2k} & u_{21}^2 & \dots & u_{2n-1}^2 & u_{2n-1} & \dots & u_{11} \\ u_{31} & u_{32} & \dots & u_{3k} & u_{31}^2 & \dots & u_{3n-1}^2 & u_{3n-1} & \dots & u_{11} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{m1} & u_{m2} & \dots & u_{mk} & u_{m1}^2 & \dots & u_{mn-1}^2 & u_{mn-1} & \dots & u_{11} \end{bmatrix};$$

$\vec{\mathbf{B}} = [b_1, b_2, b_3, \dots, b_n]^T$ — вектор-стовпець відновлюваних коефіцієнтів розмірності $(n \times 1)$;

$\Delta\vec{\mathbf{W}} = [\Delta w_1, \Delta w_2, \dots, \Delta w_m]^T$ — вектор випадкових відхилень розмірності $(m \times 1)$.

Задача відновлення поліноміальної моделі полягає в знаходженні вектора $\vec{\mathbf{B}}$, який мінімізує суму квадратів відхилень:

$$Q = \Delta\vec{\mathbf{W}}^T \Delta\vec{\mathbf{W}} = (\vec{\mathbf{W}} - \mathbf{U}\vec{\mathbf{B}})^T (\vec{\mathbf{W}} - \mathbf{U}\vec{\mathbf{B}}). \quad (3)$$

Цей мінімум досягається для вектора $\vec{\mathbf{B}}$ з рішення системи нормальних рівнянь [8]

$$\mathbf{U}^T \mathbf{U} \vec{\mathbf{B}} = \mathbf{U}^T \vec{\mathbf{W}}, \quad (4)$$

звідки

$$\vec{\mathbf{B}} = (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T \vec{\mathbf{W}}. \quad (5)$$

При цьому можуть виникнути особливості, які знижують ефективність даного алгоритму.

По-перше, при дослідженні на значимість точкових і інтервальних оцінок відновлюваного полінома корельованість сполучень параметрів U_j і U_{jk} , u_j і U_j^2 та інших між собою збільшує дисперсії їх оцінок, що ускладнює інтерпретацію отриманих результатів [8].

По-друге, з формули (5) випливає, що коефіцієнти регресії b_j не можуть бути визначені незалежно один від одного. Якщо в силу певних міркувань опустити (додати) в рівняння (2) хоча б один член, то це призведе до необхідності перерахування всіх інших коефіцієнтів полінома.

По-третє, число коефіцієнтів b_j в рівнянні (2) зростає дуже швидко по мірі збільшення числа аргументів. Так, наприклад, в рівнянні 3 степеня з 3 аргументами міститься 20 доданків:

$$W = b_0 + b_1 u_1 + b_2 u_2 + \dots + b_{19} u_1 u_2 u_3, \quad (6)$$

а перебору підлягає $2^{19} = 524\,288$ поліномів, що вимагає істотних витрат часу і об'єму оперативної пам'яті комп'ютера.

Крім того, при використанні МНК, коли параметри w_i заміряються з погрішністю σ_{w_i} , коваріаційна матриця відхилень коефіцієнтів відновлюваної залежності дорівнює:

$$\begin{aligned} R &= \mathbf{M}[\Delta \vec{\mathbf{B}} \Delta \vec{\mathbf{B}}^T] = \mathbf{M}[(\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T \Delta \vec{\mathbf{W}} \Delta \vec{\mathbf{W}}^T \{(\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T\}^T] = \\ &= (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T \begin{bmatrix} \sigma_{w_1}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sigma_{w_m}^2 \end{bmatrix} \{(\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T\}, \end{aligned} \quad (7)$$

де \mathbf{M} — символ математичного сподівання; $\Delta \vec{\mathbf{W}}$ — вектор помилок вимірів;
 $\Delta \vec{\mathbf{B}} = (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T \Delta \vec{\mathbf{W}}$ — вектор помилок коефіцієнтів полінома.

Для спрощення міркувань будемо вважати, що $\sigma_{w_1} = \sigma_{w_2} = \dots = \sigma_{w_m}$.

Тоді

$$\begin{aligned} R &= (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T \sigma_w^2 \mathbf{I}_m \{(\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T\}^T = \sigma_w^2 (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T \mathbf{U} ((\mathbf{U}^T \mathbf{U})^T)^{-1} = \\ &= \sigma_w^2 (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T \mathbf{U} (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} = \sigma_w^2 (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1}, \end{aligned} \quad (8)$$

де \mathbf{I}_m — одинична матриця.

Погіршення обумовленості матриці $\mathbf{U}^T \mathbf{U}$ небезпечно для МНК тим, що дисперсії оцінок МНК стають надзвичайно великими. Якщо за критерій якості прийняти середньоквадратичну помилку, то рівняння (7) можна записати [8]:

$$R = \sigma_w^2 (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} = \sigma_w^2 \text{tr}(\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} = \sigma_w^2 \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i}, \quad (9)$$

λ_i — власні числа матриці $(\mathbf{U}^T \mathbf{U})$.

По мірі погіршення обумовленості матриці $(\mathbf{U}^T \mathbf{U})$ значення λ_{\min} зменшуються [8], а якість отриманого рішення (5) погіршується. І при λ_{\min} , що прямує до 0, середньоквадратичне відхилення (СКВ) σ , прямує до нескінченності.

Обчислювальні складності МНК можна перебороти, використовуючи замість МНК метод циклічної мінімізації квадратичного функціоналу. Часові витрати в даному алгоритмі при пошуку оптимальної структури полінома зменшуються, тому що пошук рішення здійснюється тільки для тих підсистем, які із заданою імовірністю (0,95) дозволяють інтерпретувати результати спостережень [9].

Розроблений алгоритм реалізований авторами в пакеті прикладних програм СОМВ, може бути рекомендований для прогнозування зсувів при порівняно невеликому числі аргументів.

Для розширення можливостей даного алгоритму доцільно розробляти більш досконалі схеми перебору, які дозволяють зменшити час обчислення і збільшити число варійованих факторів. Зокрема, можуть бути рекомендовані алгоритми відновлення поліноміальних моделей за допомогою регуляризуючого функціоналу та ортогональних багаточленів, застосування яких потребує додаткових досліджень.

Крім того, при моделюванні і особливо при прогнозуванні стану об'єктів, явищ та процесів, варіаційних задачах, задачах інтерполяції та колокації, рішенні диференціальних рівнянь в частинних похідних, фотограмметричних вимірюваннях та ін., доволі часто доводиться мати справу з некоректно поставленими задачами [4], розв'язування яких приводить до вирішення слабо і дуже слабо зумовлених систем лінійних рівнянь. Число зумовленості сильно пов'язане з коефіцієнтом збільшення помилок вхідних даних і найчастіше обчислюється як відношення найбільшого та найменшого сингулярних чисел матриці: $c = \sigma_{\max}/\sigma_{\min}$. Саме тому пошук оптимальних методів і алгоритмів розв'язання таких задач, визначення їх обчислювальної стійкості є надзвичайно актуальною задачею для прогнозування.

Запишемо рівняння регресії в матричному вигляді:

$$\vec{\mathbf{W}} = \mathbf{U} \vec{\mathbf{B}} \quad (10)$$

де \vec{W} — вектор-стовпець вихідних параметрів розмірності $(m \times 1)$; U — матриця спостережень розмірності $(m \times n)$; \vec{B} — вектор коефіцієнтів відновлюваного полінома розмірності $(n \times 1)$.

Рішення системи (10) шукається шляхом мінімізації квадратичного функціоналу вигляду [10]:

$$F = (\vec{W} - U\vec{B})^T (\vec{W} - U\vec{B}) + \alpha \vec{B}^T \vec{B}, \quad 0 < \alpha \ll 1. \quad (11)$$

Функціонал (11) відносно компонент \vec{B} є невід'ємно визначеною квадратичною формою і по кожній компоненті b_j вектора \vec{B} при зафіксованих значеннях інших компонент має мінімум. Значення компоненти b_j , що відповідає локальному мінімуму функціоналу F по цій компоненті, можна визначити з умови

$$\left(\frac{\partial F}{\partial b_j} \right) = 0. \quad (12)$$

Позначимо j -й стовпець матриці U через U_j :

$$U_j = [u_1 \dots u_k \dots u_j \dots u_n]^T,$$

а через \vec{B}_j — вектор-стовпець, отриманий з вектора \vec{B} шляхом обнуління в ньому j -ї компоненти:

$$\vec{B}_j = [b_1 \dots b_{j-1}, 0, b_{j+1}, \dots, b_n]^T.$$

Тоді, з урахуванням умови (12) і прийнятих позначень, j -та компонента вектора \vec{B} , яка відповідає мінімуму функціоналу F по цій компоненті, буде дорівнювати

$$B_j = \frac{(\vec{W} - U\vec{B}_j)^T U_j}{U_j^T U_j + \alpha}. \quad (13)$$

Спрямовуючи параметр α до нуля [10], можна наблизити рішення системи до нормального.

Блок-схема алгоритму відновлення поліноміальної моделі наведена на рис. 3.

Послідовний циклічний перебір компонент вектора \vec{B} триває до досягнення заданої величини зміни ΔF на декількох кроках або до моменту, коли функціонал (11) почне зростати через накопичення помилок округлення. Розглянутий обчислювальний процес є завжди стійким, збіжним і може служити основою для отримання рішення систем (10), що володіють заданими властивостями.

Для оцінки якості відновлення багатомірної регресії вирішувалася тестова задача.

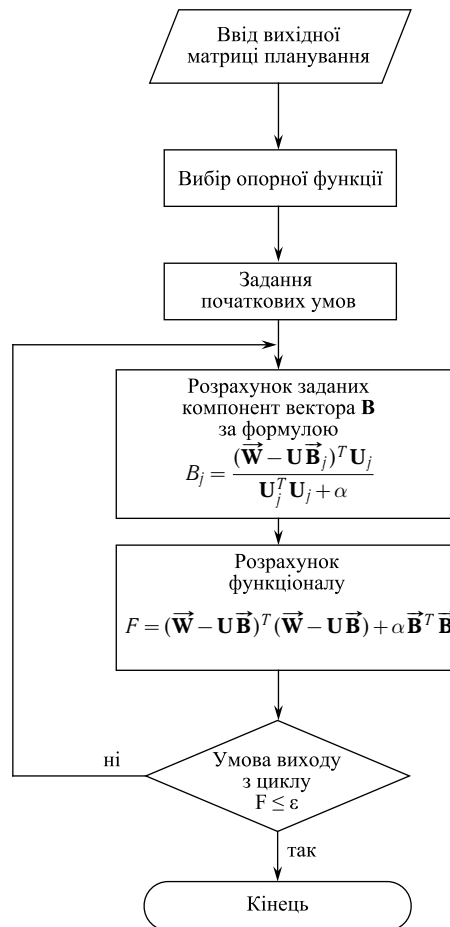


Рис. 3. Блок-схема алгоритму відновлення поліноміальної моделі за допомогою регуляризуючого поліному

Таблиця 1. Матриця планування

№	U_1	U_2	U_3	U_4
1	1,000	0,494	-0,368	7,8659
2	0,561	0,382	0,425	5,0625
3	-1,000	-0,220	-1,000	-5,126
4	0,705	-1,000	0,380	4,0704
5	-0,675	0,864	-0,098	-2,1412
6	0,113	0,344	0,120	1,019
7	0,325	0,692	1,000	2,2259
8	0,258	0,659	0,535	3,7693
9	-0,495	0,114	0,224	-1,804
10	-0,046	0,617	-0,414	-0,1212
11	0,396	1,000	-0,430	3,5319
12	0,750	0,125	0,034	5,3197
13	-0,059	0,806	0,394	1,6305
14	0,276	0,908	-0,790	1,6839
15	-0,088	0,862	0,147	1,0737

Опорною функцією обраний поліном 3 степеня:

$$w = b_1 u_1 + b_2 u_2 + b_3 u_3 + b_4 u_1^2 + b_5 u_2^2 + b_6 u_3^2 + b_7 u_1^3 + b_8 u_2^3 + b_9 u_3^3 + b_{10} u_1 u_2 + b_{11} u_1 u_3 + b_{12} u_2 u_3 + b_{13} u_1 u_2 u_3. \quad (14)$$

Значення коефіцієнтів b_j опорної функції (14) представлені в табл. 1.

У відповідності з рекомендаціями теорії планування експериментів була складена матриця планування (табл. 1).

В подальшому, “забувши” вихідний поліном, відновлювалася його структура за допомогою МНК і регуляризуючого функціоналу. При відсутності помилок вимірів відгуків (w_i), як МНК, так і регуляризуючий функціонал дозволяють достатньо точно відновити структуру вихідного полінома — коефіцієнти відновлюваного полінома співпадають з вихідними коефіцієнтами (табл. 2).

Однак при накладенні на вихідні дані похибок ($\sigma_i = 1\%$) ефективність розглянутих методів виявляється істотно різною.

Результати розрахунків коваріаційної матриці відхилень коефіцієнтів відновлюваного полінома (14) при використанні МНК наведені в табл. 2.

Таблиця 2. Результати розрахунків

Номер коефіцієнта полінома	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Дійсні значення коефіцієнтів	4,8	0,2	1,3	1,8	0,9	1,0	1,03	0,8	0,9	1,1	0,4	0,4	1,6
Коефіцієнти відн. полінома без урахування зашумлення	МНК	4,8	0,2	1,3	1,8	0,9	1,0	1,03	0,8	0,9	1,1	0,4	1,6
	Регуляризуючий функціонал	4,8	0,2	1,3	1,8	0,9	1,0	1,03	0,8	0,9	1,1	0,4	1,6
D% відн. коефіцієнта з врахуванням зашумлення	МНК	18,1	11,0	14,8	5,3	19,0	6,9	79,4	22,7	7,2	7,6	93,1	30,0
	Регуляризуючий функціонал	1,8	1,35	1,68	2,05	1,37	2,21	1,67	1,31	1,75	2,20	1,84	2,03

Випадкова складова $\Delta B^{(i)}$, одержувана при рішенні за допомогою регуляризуючого функціоналу, дорівнює [10]:

$$\Delta B^{(i)} = \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{C}^{(i)} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Q}^T \mathbf{U} \Delta \vec{\mathbf{W}} \quad (15)$$

Позначивши $\mathbf{P} = \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{C}^{(i)} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{U}^T$, знайдемо коваріаційну матрицю для оцінок рішень:

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{M} \left[\Delta \vec{\mathbf{B}}^{(i)} (\Delta \vec{\mathbf{B}}^{(i)})^T \right] = \mathbf{M} \left[(\mathbf{P} \Delta \vec{\mathbf{W}}) (\mathbf{P} \Delta \vec{\mathbf{W}})^T \right] = \mathbf{P} \mathbf{M} \left[\Delta \vec{\mathbf{W}} \Delta \vec{\mathbf{W}}^T \right] \mathbf{P}^T$$

або

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{P} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{w_1}^2 & \dots & \text{cov}(w_1 w_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(w_1 w_n) & \dots & \sigma_{w_n}^2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{P}^T = \mathbf{P} \mathbf{G} \mathbf{P}^T$$

де \mathbf{G} — коваріаційна матриця $\Delta \vec{\mathbf{W}}$.

Результати розрахунків представлені в табл. 2 і на рис. 4. Як видно з цих рисунків, СКВ коефіцієнтів полінома, відновлених за допомогою регуляризуючого функціоналу, не перевищують 2...3%. Наведений приклад ілюструє прийнятну обумовленість обчислювального процесу розробленого алгоритму.

Проте, недоліки, відзначені в [11], даним алгоритмом повністю усунути не вдається. Для швидкої організації вибору оптимальної структури відновлюваних поліномів необхідно максимально використовувати результати попередніх обчислень. Це можна досягти, використовуючи ортогональні багаточлени.

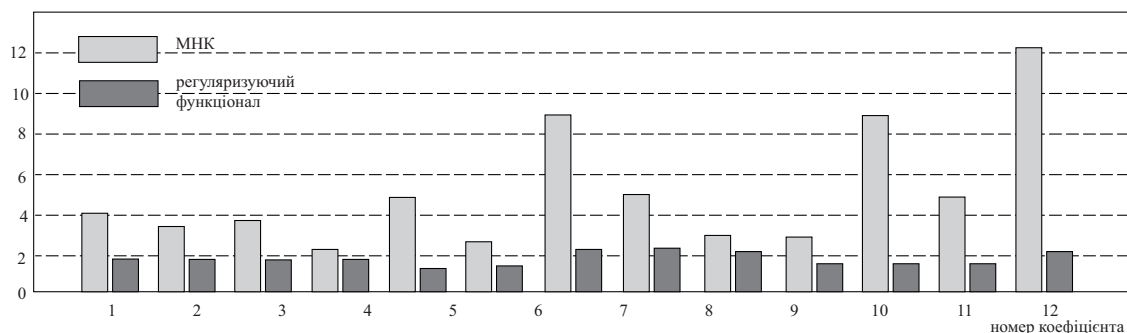


Рис. 4. Графічна ілюстрація результатів розрахунків

3. ВИСНОВКИ

Розроблений алгоритм, реалізований авторами в пакеті прикладних програм PREG, може бути рекомендований для моделювання в ГІС при порівняно невеликому числі аргументів. Проте, недоліки, відзначені [11], даним алгоритмом повністю усунути не вдається. Для швидкої організації вибору оптимальної структури відновлюваних поліномів необхідно максимально використовувати результати попередніх обчислень. Це можна досягти, використовуючи ортогональні багаточлени.

Запропонована методика прогнозування зсувних процесів на основі статистичних даних результатів моніторингу ЕГП характеру. Для прогнозування зсувних процесів вибрана регресійна модель у вигляді степеневого поліному третього ступеня. Відносна похибка прогнозу в цьому випадку складає близько 0,08 (8%).

1. Національна доповідь про стан техногенної та природної безпеки в Україні у 2012 році. УНДІ ЦЗ ДСНС України. — Київ, 2013. — 384 с. — Режим доступу: <http://www.mns.gov.ua/content/nasdopovid2012.html>
2. Алабин М.А., Ротман А.И. Кореляционно-регрессионный анализ статистических данных в двигателестроении. — М.: Машиностроение, 1975. — 124 с.
3. Загоруйко Н.Г., Елкина В.Н., Лбов Г.С. Алгоритмы обнаружения эмпирических закономерностей. — Новосибирск: Наука, 1985. — 160 с.
4. Справочник по типовым программам моделирования / под ред. Ивахненко А.Г.. — Киев: Техника, 1980. — 184 с.
5. Загоруйко Н.Г., Елкина В.Н., Емельянов С.В., Лбов Г.С. Пакет прикладных программ ОТЭКС. — М.: Финансы и статистика, 1986. — 160 с.
6. Демиденко Е.З. Линейная и нелинейная регрессии. — М.: Финансы и статистика, 1981. — 304 с.
7. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ. — М.: Мир, 1980. — 456 с.
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. — М.: Наука, 1973. — 830 с.
9. Зацерковный В.И. Никитин В.И. Математическая модель бортовой системы диагностирования ГТД по газодинамическим параметрам // Материалы научно-технической конференции училища. Ч.1. — Иркутск: ИВВАИУ, 1990. — С.34–36.
10. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач: Уч. пособие для вузов. — М.: Наука, 1986. — 288 с.
11. Зацерковный В.И. Моделі, методи та програмно-технічні засоби геоінформаційної підтримки прийняття рішень у системах управління територіями: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.13.06. — К., 2013. — 40 с.

Надійшла до редакції 2.11.2016

Прийнята до друку 7.12.2016