

УДК 629.7.05 : 528.526.6

## Можливість визначення широти і полярного стиснення гіроскопічним теодолітом

**В.М. Гладілін**

Національний авіаційний університет

Вимірювання коливань вісі гіромотора у вертикальній площині дає змогу визначати напрям геодезичного меридіану. Для підвищення точності визначення геодезичного азимута пропонується встановити аналітичну залежність демпфированих коливань гіромотора і відліки системи спостережень накладати на цей графік. Для скорочення часу спостережень необхідно запрограмувати модель коливань гіроскопа та його параметри і використовувати їх для визначення геодезичного азимута. Вимірювання коливань вісі гіромотора у вертикальній площині дають змогу визначити широту місця встановлення гіртеодоліта. Фазова траєкторія руху вісі гіромотору має вигляд спіралі, яка добре апроксимується логарифмічною спіраллю, відношення півосей якої дає змогу визначити полярне стиснення Землі, яке у числовому вигляді співпадає з загальноземним WGS-84.

**ВОЗМОЖНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ШИРОТЫ И ПОЛЯРНОГО СЖАТИЯ ГИРОСКОПИЧЕСКИМ ТЕОДОЛИТОМ, Гладилін В.Н.** — Измерение колебаний оси гиromотора гиртеодолита в горизонтальной плоскости дает возможность определить направление геодезического меридиана. Для повышения точности определения геодезического азимута предлагается установить аналитическую зависимость демпфируемых колебаний гиromотора и отсчеты наблюдательной системы наложить на этот график. Для сокращения времени измерений необходимо запрограммировать модель колебаний гироскопа и эти параметры использовать для определения геодезического азимута. Измерение колебаний оси гиromотора гиртеодолита в вертикальной плоскости дают возможность определить широту места установки гиртеодолита. Фазовая траектория движения оси гиromотора имеет вид спирали, которая хорошо аппроксимируется логарифмической спиралью, отношение полуосей которой дает возможность определить полярное сжатие Земли которое в числовом виде совпадает с общеземным WGS-84.

**A POSSIBILITY TO DETERMINE THE LATITUDE AND THE POLAR FLATTENING OF THE EARTH USING THE GYROSCOPIC THEODOLITE, by Gladilin V.N.** — The measuring of the oscillation of the gyromotor axis of the gyrotheodolite in a horizontal plane gives an opportunity to obtain the direction of the geodesic meridian. For the increasing of accuracy of the geodesic azimuth determination it is suggested to determine the analytical dependence of the damped vibrations of the gyromotor and to superimpose the readouts of the observational system on this graph. For the reduction of measuring time it is necessary to program the model of oscillations of the gyroscope, to define its parameters and to use them for the determination of the geodesic azimuth. The measuring of the oscillations of the gyromotor axis of the gyrotheodolite in a vertical plane gives an opportunity to define the latitude of the gyrotheodolite placing. The phase trajectory of the gyromotor axis movement is spiral-like and can be well approximated by a logarithmic spiral, the ratio of the semiaxes of which allows to determine the polar flattening of the Earth that coincides with the common terrestrial WGS-84 in numeric form.

**Ключевые слова:** гиртеодолит; геодезический меридиан; широта.

**Key words:** gyrotheodolite; geodesic meridian; latitude.

### 1. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

У всіх роботах, на які є посилання в цій статті, а також у багатьох інших розглядаються коливання вісі гіроскопа у горизонтальній площині і мало надається уваги коливанням у вертикальній площині, які залежать від широти місця встановлення гіртеодоліта. У всіх гіртеодолітів і гіроскопічних насадок період коливань складає від трьох до дванадцяти хвилин на широті  $\varphi = 60^\circ$  (між двома точками реверсії) і залежить від широти точки встановлення. За методикою необхідно провести визначення напрямку вісі гіроскопа за чотирма точками реверсії, протягом до двадцяти хвилин, з урахуванням часу визначення вільних коливань (до двох хвилин) перед пуском і після, а також часу входження гіромотора у необхідний режим і його зупинки, і спостереження геодезичних пунктів, загальна тривалість вимірювань на одному пункті буде у межах до двох годин. За тривалий час роботи гіромотора зростає його температура і температура торсіонного підвісу, що вносить додаткові помилки у визначення напрямку його вісі.

### 2. АНАЛІЗ ПУБЛІКАЦІЙ

У роботах [1, 2, 3, 5] скорочення часу спостережень зводиться до зменшення кількості спостережень точок реверсії до трьох або двох, але із суттєвим зниженням точності визначення напрямку вісі

гіроскопа. У роботі [3] наведено деякі розрахунки стосовно визначення широти місця спостереження гіртеодолітом. У роботі [6] пропонується для зменшення часу спостережень визначати коефіцієнт демпфірування або декремент затухання коливань, а також попереднє точніше орієнтування вісі гіртеодоліта.

### 3. ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Щоб уникнути перелічених вище помилок важливою проблемою є зменшення часу визначення напрямку вісі гіромотора гіртеодоліта. При сучасному розвитку мікропроцесорів, в яких можливо програмувати модель коливань гіроскопа із визначеними параметрами для кожного окремого гіртеодоліта, які будуть практично не змінні для справного приладу. Це дасть можливість визначити напрям вісі гіроскопа за одним або двома відліками і не обов'язково точок реверсії, що значно скоротить час спостережень на пункті і зменшить вплив суб'єктивних помилок спостерігача. Для цього зняті відліки накладаються на графік перехідної кривої, яка заздалегідь визначається для кожного гіртеодоліта. Визначення вертикальної складової коливань осі гіромотора є важливою задачею для визначення широти місця і полярного стиснення Землі

### 4. ВИКЛАДЕННЯ ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Диференціальне рівняння затухаючого коливання має вигляд [4]:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + 2\frac{\varepsilon}{\tau} \cdot \frac{d\delta}{dt} + \frac{\delta}{\tau^2} = 0, \quad (1)$$

його характеристичне рівняння

$$\lambda^2 + 2\frac{\varepsilon}{\tau}\lambda + \frac{1}{\tau^2} = 0$$

має корені, так як коефіцієнт відносного демпфірування знаходиться в межах  $0 \leq \varepsilon < 1$ , то

$$\lambda_{1,2} = -\frac{\varepsilon}{\tau} \pm i \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\tau},$$

які відповідають дійсним рішенням

$$\delta_1(t) = \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\tau}t\right) \cos \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\tau}t,$$

$$\delta_2(t) = \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\tau}t\right) \sin \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\tau}t;$$

тоді загальний розв'язок рівняння (1) має вигляд:

$$\delta(t) = \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\tau}t\right) \left( c_1 \cos \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\tau}t + c_2 \sin \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\tau}t \right), \quad (2)$$

де  $c_1$  і  $c_2$  — довільні постійні. Введемо постійні  $A$  і  $\Phi_0$ , які пов'язані з  $c_1$  і  $c_2$  співвідношеннями

$$A \sin \Phi_0 = c_1, \quad A \cos \Phi_0 = c_2 \quad (A > 0, \quad -\pi < \Phi_0 \leq \pi),$$

і тоді розв'язок рівняння (2) буде:

$$\delta(t) = A \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\tau}t\right) \sin\left(\frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\tau}t + \Phi_0\right), \quad (3)$$

що є рівнянням перехідного процесу (коливального кільця), яке визначається формулою з [5], яка тотожна рівнянню (3).

У цих формулах  $A$  — початкове відхилення системи слідування (початкова амплітуда);  $\tau = \sqrt{I/k}$  — постійна часу системи слідування, яка характеризує інерційність кільця;  $\varepsilon = \frac{c}{2\sqrt{Ik}}$  — коефіцієнт відносного демпфірування;  $\Phi_0$  — початкова фаза;  $t$  — час спостережень;  $I$  — момент інерції гіроскопа відносно його осі обертання;  $k$  — кутова жорсткість струни кручення;  $c$  — коефіцієнт демпфірування.

За формулою (3) можна обчислити відхилення вісі гіроскопа від астрономічного (геодезичного) меридіана.

При  $\varepsilon = 0$  частота власних коливань гіроскопа в перехідному процесі буде  $\omega_n = \omega_0 = 1/\tau$ , при  $\varepsilon = 1$   $\omega_n = 0$ , тобто, якщо вісь гіроскопа не буде коливатись навколо меридіана (що суперечить теорії гіроскопічного орієнтування), при  $0 \leq \varepsilon < 1$

$$\omega_n = \omega_0 \sqrt{1-\varepsilon^2}, \quad (4)$$

і звідси

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_n^2}{\omega_0^2}, \quad (5)$$

де кутова швидкість  $\omega_0$  є власна частота коливань системи.

Період незатухаючих періодичних коливань визначається за формулою

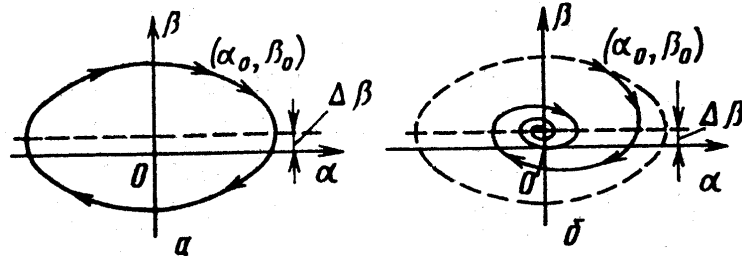
$$T = \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi\tau. \quad (6)$$

Час, за який заспокоюється коливальна система, є часом закінчення перехідного процесу, обчислюється за формулою

$$t_n \approx \frac{3\tau}{\varepsilon}. \quad (7)$$

В ідеальному випадку із теорії гіроскопа [3, 4, 5] випливає, що вісь гіроскопа здійснює незатухаючі коливання як у горизонтальній (коливання відносно площини геодезичного меридіана, рух зовнішньої рамки), так і в вертикальній площинах (коливання відносно геодезичної широти  $\varphi$ , рух внутрішньої рамки). Якщо коливання вісі гіроскопа у горизонтальній площині відбувається відносно меридіана, коли вісь направлена на північ, то у вертикальній площині вісь виконує коливання відносно положення, яке піднято над площиною горизонту на деякий невеликий кут  $\Delta\beta$ . Цей кут необхідний гіроскопу для забезпечення неперервного руху його зовнішньої рамки у світовому просторі слідом за площиною меридіана Землі з вертикальною складовою кутової швидкості  $\omega_{3.в.}$ .

Траєкторія руху маятникового гіроскопу наведена на рис. 1. Центр еліпса є асимптотичним і недосяжним для системи, тому що коливання незатухаючі, або слабо затухаючі.



**Рис. 1.** Траєкторія руху вісі маятникового гіроскопа: *а* — якщо коливання не затухаючі; *б* — якщо коливання демпфуються

Так як вертикальна складова  $\omega_{3.в.}$  завжди має місце, то гіроскопічний момент має постійну і змінну складові, це приводить до того, що на фазовому портреті (рис. 1,а) траєкторія руху кінця вектора  $\vec{H}$  (кінетичного моменту гіроскопа) має форму еліпса і зміщена на постійну величину  $\Delta\beta$ ;  $\alpha$  — коливання чутливого елемента (ЧЕ) навколо меридіана;  $\beta$  — коливання ЧЕ навколо горизонту (геодезичної широти) місця. На рис. 1,а наведено характер руху вісі гіроскопа при відсутності демпфірування. Наявність демпфірування і тертя приводить до затухання коливань і фазова траєкторія буде мати вигляд спіралі (рис. 1,б), стійкий фокус якої з точністю до особистих помилок гіромотора і величини кута  $\Delta\beta$  асимптотично наближається до початку координат — площини меридіана і вертикалі місця, і математично описується як логарифмічна спіраль вигляду

$$\rho_i(\Psi) = \rho_0 e^{-z\Psi} \quad (\text{рад}), \quad (8)$$

де:  $\rho_0$  — радіус початкової (першої) точки реверсії;  $\rho_i$  — радіуси інших точок реверсії і точок перетину з вертикаллю місця;  $z$  — коефіцієнт зростання (зменшення) радіуса;  $\Psi$  — кут повороту радіуса спіралі,  $\Psi = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ, 540^\circ$ , і так далі.

Якщо трьохступеневий гіроскоп, який не має своїх ухідів встановити на полюсі Землі, таким чином, що вектор  $\vec{H}$  буде перпендикулярним до осі обертання Землі, а вісь зовнішньої рамки з нею співпадає, то за кожну годину буде фіксуватись ухід, який дорівнює  $15^\circ$ ; за добу вектор  $\vec{H}$  у площині горизонту опише коло. Якщо гіроскоп розмістити у довільній точці на поверхні Землі з довільною широтою  $\varphi$  (рис. 2), то вектор  $\omega_3$  представимо у вигляді двох векторів, які лежать у площині меридіана

$$\omega_{3.г.} = \omega_3 \cos \varphi, \quad \omega_{3.в.} = \omega_3 \sin \varphi \quad (9)$$

і є горизонтальною і вертикальною складовими добового обертання Землі.

При встановленні гіроскопа на полюсі ухід має тільки зовнішня рамка, на екваторі ухід має тільки внутрішня рамка, при довільному встановленні гіроскопа ухід, який визначається проекціями складових  $\omega_{3.г.}$  і  $\omega_{3.в.}$  будуть мати обидві рамки і вектор  $\vec{H}$  за добу опише еліптичний конус, в основі якого буде еліпс (наведений на рис. 1,б) з тілесним кутом при вершині, який дорівнює подвійній широті місця  $2\varphi$  (рис. 2). Широта є кут між векторами  $\omega_{3.г.}$  і  $\omega_3$ .

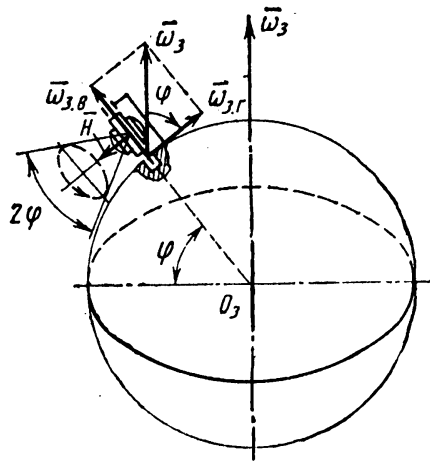
Гірогеодоліт на місці встановлюється у відповідності до горизонту за допомогою циліндричного рівня, тобто відносно геоїда, і точність приведення вісі гіромотора до вертикалі або до горизонту місця залежить від точності циліндричного рівня. Із (9) витікає

$$\cos \varphi = \frac{\omega_{3.г.}}{\omega_3}, \quad \sin \varphi = \frac{\omega_{3.в.}}{\omega_3}.$$

Кутова швидкість (власна частота коливань) внутрішньої і зовнішньої рамок однакова і дорівнює

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\omega_3 G l \cos \varphi}{H}} \quad (\text{рад/с}), \quad (10)$$

де  $\omega_3$  — кутова швидкість обертання Землі,  $G$  — вага маятника ЧЕ,  $l$  — плече прикладання ваги,



**Рис. 2.** Рух вісі гіроскопа у довільній точці на поверхні Землі з широтою  $\varphi$

$\varphi$  — геодезична широта місця,  $\vec{H}$  — кінетичний момент гіроскопа. Із формули (10) період коливань визначається як

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{H}{\omega_z G l \cos \varphi}}, \quad (с), \quad \tau = \sqrt{\frac{H}{\omega_z G l \cos \varphi}}. \quad (11)$$

У сучасних гіротеодолітах період коливань знаходиться у межах від 3 до 12 хвилин в залежності від широти точки спостережень.

Розглянутий рух вісі гіроскопа справедливий для його роботи без завад. В реальних умовах в роботі гіротеодоліта присутні завади, які приводять до затухання коливань осі гіроскопа (демпфірування) і утворюють асиметричність коливань навколо точки рівноваги коливального процесу (рис. 1,б).

Спростимо вираз (3), зменшивши кількість коефіцієнтів, позначимо:  $\alpha = \varepsilon/\tau$  — коефіцієнт затухання коливань з розмірністю 1/хвилину;  $f = \sqrt{1 - \varepsilon^2}/\tau$  — частота коливань осі ротора навколо меридіану. з урахуванням цього вираз (3) набуде вигляду:

$$\delta(t) = A e^{-\alpha t} \sin(ft + \Phi_0). \quad (12)$$

Якщо перший відлік починати з першої точки реверсії, то  $\Phi_0 = \pm 90^\circ$  — інструментальна поправка гіротеодоліта, і необхідно визначити три параметри  $A$ ,  $\alpha$  і  $f$ .

Для визначення цих параметрів виконаємо пуск гіротеодоліта Gi-B2 № 874931 і виконаємо спостереження восьми точок реверсії, вимірювання яких наведені у табл. 1.

Коефіцієнти рівняння (12) визначимо за методом найменших квадратів, мінімізувавши суму квадратів відхилень  $\Delta$ , які визначаються як різниці між виміряними значеннями напрямку меридіана (осі ротора)  $\delta_i(t)$  і обчисленими значеннями  $\delta_0(t)$  (табл. 2), тобто

$$\Delta_i = \delta_i - \delta_0, \quad \sum_{i=1}^n \Delta_i^2 = \min.$$

Вирішивши чотири нормальних рівняння знайдемо такі параметри:  $A_1 = 0,0809117673$  рад,  $\alpha_{cp} = 3,1007952$  рад,  $\alpha = 0,00003$  1/хв,  $f = 1,9289$  рад/хв,  $\Phi_0 = 1,5707963$  рад. З урахуванням цих значень вираз (12) набуде вигляду:

$$\delta_0(t) = 3,100795196 + 0,0809117673 e^{-0,00003t} \sin(1,9289t + 1,5707963) \text{ рад}. \quad (13)$$

Виміряні значення у радіанах, а також обчислені за формулою (13) і їх різниці наведені у табл. 2.

Середня квадратична помилка (СКП) апроксимації визначеного значення одного кута  $\delta$  за допомогою рівняння (13) буде

$$m_\delta = \sqrt{\frac{\sum \Delta_i^2}{n}} \cdot \frac{180}{\pi} \cdot 3600 = 20,1''.$$

На рис.3 наведено графік вимірних значень кута  $\delta$  і їх апроксимуюча крива (13). На рис.3 також наведено тренд вимірних значень

З табл. 1 видно, що положення рівноваги ЧЕ зменшується на  $1,0''$  тобто присутній систематичний зсув, який можна пояснити як безпосередню помилку визначення положення рівноваги ЧЕ [6].

Середнє значення положення рівноваги ЧЕ буде  $177^\circ 39' 40,9''$ , а середня квадратична помилка його визначення  $M_\delta = 0,4''$ .

За даними табл. 1 і табл. 2 обчислимо параметри логарифмічної спіралі (8), одержимо такі величини:  $\rho_0 = 0,0000690761$  рад,  $z = -0,002138061$  і вираз (8) набуде вигляду

$$\rho(\Psi) = 0,0000690761 e^{-0,002138061\Psi}. \quad (14)$$

**Таблиця 1.** Спостереження точок реверсії

Час спостережень	Півперіод коливань	Відліки по горизонтальному колу		
		точок реверсії	середніх положень	положень рівноваги ЧЕ
9 <sup>h</sup> 10 <sup>m</sup> 01 <sup>s</sup>	4 <sup>m</sup> 56 <sup>s</sup>	n <sub>1</sub>	182° 17' 54"	177° 39' 45,5"
		n <sub>2</sub>	173° 01' 37"	
	9 <sup>m</sup> 46 <sup>s</sup>	n <sub>3</sub>	182° 17' 38"	177° 39' 37,5"
	14 <sup>m</sup> 30 <sup>s</sup>	n <sub>4</sub>	173° 01' 52"	177° 39' 45,0"
	19 <sup>m</sup> 08 <sup>s</sup>	n <sub>5</sub>	182° 17' 22"	177° 39' 37,0"
	23 <sup>m</sup> 41 <sup>s</sup>	n <sub>6</sub>	173° 02' 07"	177° 39' 44,5"
	28 <sup>m</sup> 09 <sup>s</sup>	n <sub>7</sub>	182° 17' 06"	177° 39' 36,5"
	32 <sup>m</sup> 32 <sup>s</sup>	n <sub>8</sub>	173° 02' 23"	177° 39' 44,5"
9 <sup>h</sup> 42 <sup>m</sup> 33 <sup>s</sup>				

**Таблиця 2.** Виміряні і обчислені за формулою (13) значення кутів відхилення осі ротора у горизонтальній площині

№ виміру	Час спостережень	$\delta_i$ , рад	$\delta_0$ , рад	$\Delta$ , рад	$\Delta^2$ , рад <sup>2</sup>
1	0	3,181706	3,181717647	$-1,151 \cdot 10^{-5}$	$1,32 \cdot 10^{-10}$
2	4,933	3,019885	3,020076901	$-1,919 \cdot 10^{-4}$	$3,5 \cdot 10^{-8}$
3	9,767	3,181629	3,181672357	$-4,379 \cdot 10^{-5}$	$1,92 \cdot 10^{-9}$
4	14,500	3,019958	3,019796505	$4,004 \cdot 10^{-5}$	$1,6 \cdot 10^{-9}$
5	19,133	3,181561	3,181635272	$-4,549 \cdot 10^{-5}$	$2,07 \cdot 10^{-9}$
6	23,683	3,020026	3,019876398	$-7,864 \cdot 10^{-5}$	$6,18 \cdot 10^{-9}$
7	28,150	3,181503	3,181552812	$7,882 \cdot 10^{-6}$	$6,21 \cdot 10^{-11}$
8	32,533	3,020089	3,019927948	$-1,641 \cdot 10^{-4}$	$2,69 \cdot 10^{-8}$
			$\Sigma =$	$-4,875 \cdot 10^{-4}$	$7,752 \cdot 10^{-8}$

**Таблиця 3.** Виміряні значення радіусів еліпса (точок реверсії) і обчислені радіуси за формулою (14) у радіанах

$\Psi$ , °	$\rho_i$ виміряні	$\rho_i(\Psi)$ обчислені	$\rho_i - \rho_i(\Psi)$	$(\rho_i - \rho_i(\Psi))^2$	$\alpha$	$\alpha$ стиснення
0	$7,757\,02 \cdot 10^{-5}$	$6,907\,61 \cdot 10^{-5}$	$8,4941 \cdot 10^{-6}$	$7,22 \cdot 10^{-11}$	0,335282	1/298,265
90		$6,884\,45 \cdot 10^{-5}$				
180	$7,272\,21 \cdot 10^{-5}$	$6,861\,37 \cdot 10^{-5}$	$4,1084 \cdot 10^{-6}$	$1,69 \cdot 10^{-11}$		
270		$6,838\,63 \cdot 10^{-5}$				
360	$6,787\,39 \cdot 10^{-5}$	$6,815\,43 \cdot 10^{-5}$	$-0,280 \cdot 10^{-6}$	$0,08 \cdot 10^{-12}$		
450		$6,792\,58 \cdot 10^{-5}$				
540	$6,787\,39 \cdot 10^{-5}$	$6,769\,81 \cdot 10^{-5}$	$0,1758 \cdot 10^{-6}$	$0,03 \cdot 10^{-12}$		
630		$6,747\,11 \cdot 10^{-5}$				
720	$5,817\,76 \cdot 10^{-5}$	$6,724\,49 \cdot 10^{-5}$	$-9,067 \cdot 10^{-6}$	$8,22 \cdot 10^{-11}$		
900		$6,701\,94 \cdot 10^{-5}$				
990	$6,302\,58 \cdot 10^{-5}$	$6,679\,47 \cdot 10^{-5}$	$-3,769 \cdot 10^{-6}$	$1,42 \cdot 10^{-11}$		
		$\Sigma =$	$-0,338 \cdot 10^{-6}$	$18,5 \cdot 10^{-11}$		

Виміряні значення радіуса еліпса і обчислені радіуси у радіанах за формою логарифмічної спіралі (14) наведені у табл. 3.

У табл. 3 обчислені різниці між виміряними і обчисленими радіусами еліпса, і СКП апроксимації логарифмічною спіраллю буде

$$m = \sqrt{\frac{18,556 \cdot 10^{-11}}{5}} \cdot \frac{180}{\pi} \cdot 3600 = 1,26'',$$

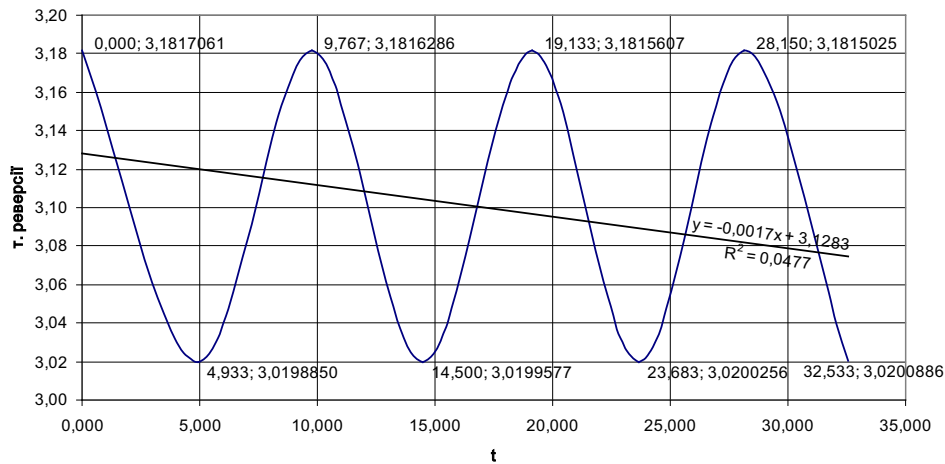
що є внутрішньою східимістю визначення точок реверсії.

За формулою

$$\alpha = \frac{\rho_i(\Psi) - \rho_{i+1}(\Psi)}{\rho_i}, \quad i = 1, 3, 5, \dots \quad (15)$$

визначимо коефіцієнт стиснення еліпса (рис. 1,6), який відповідає полярному стисненню земного еліпсоїда обертання і дорівнює  $\alpha = 1/298,265$  (табл. 3), що можна порівняти із стисненням загальноземного еліпсоїда у системі WGS-84.

Постійну часу системи слідування, яка характеризує інерційність кільця  $\tau$  і коефіцієнт відносного



**Рис. 3.** Виміряні значення кутів  $\delta$  і апроксимуюча їх крива і тренд, який визначений лінійною функцією

демпфірування  $\varepsilon$ , обчислимо, склавши рівняння

$$\alpha = \frac{\varepsilon}{\tau} = 0,00003 \text{ сек}^{-1}, \quad \dot{f} = \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\tau} = 1,9289 \text{ рад/сек},$$

звідки

$$\varepsilon = \frac{1}{64300}, \quad \tau = 0,51843 \text{ сек.}$$

Час протікання перехідного процесу обчислимо за формулою (7)

$$t = \frac{3\tau}{\varepsilon} = 27^h 7.$$

## 5. ВИСНОВКИ

1. Рух вісі гіромотора добре апроксимується логарифмічною спіраллю (14) і одночасно за формулою (15) обчислюється полярне стиснення Землі, яке буде залежати від форми геоїда у місці спостереження, але можна вирішити і обернену задачу за цими спостереженнями, визначити подвійну широту місця встановлення гіротеодоліта. Для приведення широти на поверхню еліпсоїда необхідно ввести поправку за відхилення вискової лінії у площині меридіана за відомою формулою

$$\xi = (\varphi - B) - 0,171'' H \sin 2B,$$

де  $H$  — висота точки фізичної поверхні Землі (точки встановлення гіротеодоліта) над опорним еліпсоїдом.

Для визначення широти і полярного стиснення необхідно гіротеодоліт облаштувати системою спостереження за рухом вісі гіромотора у вертикальній площині.

2. Якщо попередньо визначити для гіротеодоліта перехідну функцію, яка апроксимує рух гіромотора у чисельному вигляді (13), це дасть можливість на практиці визначити напрям меридіану за однією точкою реверсії, а якщо автоматизувати систему слідування, то можливо виміряти будь-яку одну точку на цьому графіку і за допомогою рівняння (13) визначити напрям меридіана, тільки в цьому випадку необхідно визначати початкову фазу коливальності  $\Phi_0$ . При таких вимірюваннях точність визначення напрямку меридіана буде не гірше  $10''$ , а час вимірювання значно скоротиться.

1. Боровий В.О., Бурачек В.Г., Дітюк-Снісаренко П.С. Українські гіротеодоліти та етапи їх розвитку // Інженерна геодезія. — К.: КНУБА, 2005. — № 51. — С.33–45.
2. Денисюк Б.І., Донченко А.В., Шудра Н.С. До питання автоматизації процесу визначення азимута гіроскопічним теодолітом // Інженерна геодезія. — К.: КНУБА, 2005. — № 51. — С. 77–85.
3. Каргу Л.Н. Измерительные устройства летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1988. — 256 с.
4. Новая геодезическая техника и ее применение в строительстве / Под ред. В.Е. Дементьева. — М.: Высшая школа, 1982. — 280 с.
5. Репников А.В., Сачков Г.П., Черноморский А.И. Гирскопические системы. — М.: Машиностроение, 1983. — 319 с.
6. Скурихин В.И., Шифрин В.Б., Дубровский В.В. Математическое моделирование. — К.: Техника, 1983. — 270 с.
7. Справочник геодезиста. Книга 1 / Под ред. В.Д. Большакова и Г.П. Левчука. — М.: Недра, 1985. — 455 с.
8. Торочков В.Ю. Гиротеодолиты. — М.: Недра, 1970. — 136 с.

Надійшла до редакції 13.08.2015

Прийнята до друку 10.10.2015