

УДК 523.34

Застосування двовимірного дискретного вейвлет-перетворення для картографування Місяця

П.М. Зазуляк, В.І. Нікулішин

Національний університет «Львівська політехніка»

Висвітлено основні дослідження Місяця за останнє десятиліття. Розглянуто методику двовимірного дискретного вейвлет-перетворення на прикладі гравітаційного поля Місяця. Проведено аналіз отриманих результатів.

ПРИМЕНЕНИЕ ДВУМЕРНОГО ДИСКРЕТНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ КАРТОГРАФИРОВАНИЯ ЛУНЫ, Зазуляк П.М., Никулишин В.И. — Освещены основные исследования Луны за последнее десятилетие. Рассмотрена методика двумерного дискретного вейвлет-преобразования на примере гравитационного поля Луны. Проведен анализ полученных результатов.

APPLICATION OF TWO-DIMENSIONAL DISCRETE WAVELET TRANSFORM FOR MAPPING OF THE MOON, by Zazulyak P.M., Nikulishin V.I. — It is traversed the basic research of the Moon for the last decade. Methodology of two-dimensional discrete wavelet transform is considered on the example of the gravitational field of the Moon. The analysis of the obtained results is conducted.

Ключевые слова: двумерное дискретное вейвлет-преобразование; гравитационное поле; аппроксимация; генерализация.

Key words: two-dimensional discrete wavelet transform; gravity field; approximation; generalization.

З 2007 року розпочався новий етап у дослідженні Місяця. Такі країни, як Китай, Індія та Японія почали активно запускати штучні супутники для дослідження нашого найближчого небесного сусіда. В 2009 році вперше були отримані дані прямих спостережень зворотної сторони Місяця за допомогою японського супутника Kaguya. На основі цих даних побудовані моделі гравітаційного поля Місяця SGM90d, SGM100h, SGM100i, які чітко відображають кільцеві структури зворотної сторони та можуть використовуватись без апіорних обмежень до 70-го порядку. На наступному етапі отримана модель гравітаційного поля LGM2011, яка має просторову роздільну здатність 1,5 км. Для її побудови використовувались низько- та середньочастотні компоненти моделі SGM100i. Високочастотна складова обчислювалась на основі топографічної моделі високої роздільної здатності SGTM (Stereo Global Topographic Model) отримана з місії LRO. На початку 2012 року NASA вивело на орбіту Місяця два супутника GRAIL-A та GRAIL-B в рамках однойменної місії, метою якої є вивчення гравітаційного поля, внутрішньої будови та теплової історії Місяця. Знання, отримані за допомогою GRAIL, дозволять краще зрозуміти походження та еволюцію твердих планет Сонячної системи, таких як Земля, Венера, Марс та Меркурій. Така кількість місій до Місяця призвела до появи великої кількості моделей топографії, гравітаційного та магнітного полів високої роздільної здатності. Цей факт дозволяє застосовувати функції для аналізу та інтерпретації цих поверхонь не тільки в глобальному масштабі, але й для локальних картографічних досліджень. В науковців виникає ціла низка завдань, пов'язаних з морфометричним та морфоструктурним аналізом таких поверхонь. Також потрібно вирішувати багато завдань, пов'язаних з генералізацією та мультимасштабним картографуванням поверхні, побудовою комплексних та синтетичних карт, що поєднують в собі декілька характеристик [1].

Сучасні картографічні та геоінформаційні програмні продукти володіють наборами функцій для аналізу та картографування поверхонь. Такі відомі ГІС системи, як ArcGIS, QGIS, SAGA містять в своєму наборі функції для обчислення експозиції, ухилів, кривизни та, крім того, дозволяють використовувати арифметичні операції над поверхнями (наприклад, в ArcGIS та QGIS такі функції називаються «Калькулятор растрів»). На сьогоднішній день існує безліч методів математичного аналізу, які не реалізовані в ГІС-програмах. Для цього більшість геоінформаційних систем дозволяє застосовувати різноманітні мови програмування, як для роботи в інтерактивному режимі, так і для створення своїх власних модулів (для прикладу, ArcGIS дозволяє використовувати такі мови програмування, як Python та Visual Basic).

Проте часто користувач не володіє навиками програмування або не має часу алгоритмізувати та протестувати потрібний математичний апарат. В таких випадках для своїх завдань можна адаптувати готові алгоритми, які є в програмах для математичних розрахунків (до таких програм можемо віднести MatLab, SciLab, MathCad та інші). Суттєвою перевагою таких програм є те, що в них реалізована велика

кількість методів аналізу та деякі з них крім звичайних методів графічної візуалізації дозволяють виводити отримані дані у вигляді поверхонь та карт. Комбіноване використання програм для математичних розрахунків та ГІС-аналізу значно спростить та зменшить трудові затрати при наукових дослідженнях.

Досить часто в наукових статтях для аналізу потенціальних полів застосовують так звані вейвлет-функції, які характеризуються компактним носієм як в просторовій, так і в частотній області, що дозволяє локалізувати особливості потенціальних полів [3]. Метод вейвлет-аналізу набув широкого застосування при аналізі та обробці зображень. Застосувавши двовимірний випадок вейвлет-аналізу до будь якого потенціального поля, або топографії Місяця, про які було написано вище, можна виділити характерні лінії поверхні, які мають велике практичне значення для морфометричних досліджень.

Найважливішою особливістю вейвлет-перетворення є його зворотність: оригінальна функція може бути реконструйована на основі масштабних коефіцієнтів. Апроксимація вихідної поверхні проводиться сумою вейвлетів різної частоти з коефіцієнтами. Відкинувши високочастотну компоненту (їх коефіцієнти обнуляються) і відновивши поверхню на основі коефіцієнтів, що залишились, відбувається генералізація вихідної поверхні. Даний метод генералізації цифрових моделей поверхонь був запропонований порівняно недавно, число статей і апробацій поки порівняно невелика в силу відсутності реалізацій вейвлет-аналізу в ГІС-пакетах і необхідності його самостійної реалізації. Отже, використання вейвлетів для аналізу даних і в картографуванні планет земної групи є перспективним напрямком досліджень.

Припустимо, що задано масив розміром $M \times N$. Застосуємо до цього масиву дискретне вейвлет-перетворення. Спочатку кожен з N рядків зображення ділиться (фільтрується) на низькочастотну (НЧ) і високочастотну (ВЧ) складову. У результаті виходить два масиви розміром $M \times N/2$. Далі кожен стовпець ділиться за таким самим принципом, в підсумку виходить чотири масиви розміром $M/2 \times N/2$ (табл. 1): НЧ по горизонталі і вертикалі (НЧНЧ1), ВЧ по горизонталі і вертикалі (ВЧВЧ1), НЧ по горизонталі і ВЧ по вертикалі (НЧВЧ1) і ВЧ по горизонталі і НЧ по вертикалі (ВЧНЧ1). Перший із зазначених вище масивів ділиться аналогічним чином на наступному кроці (рівні) перетворення та відповідає коефіцієнтам апроксимації першого рівня. Реконструкція такого масиву без врахування решти коефіцієнтів дозволяє отримати генералізовані значення досліджуваного явища. Зі збільшенням рівня апроксимованих коефіцієнтів збільшується рівень генералізації.

Таблиця 1. Одноразове застосування вейвлет-перетворення до масиву $M \times N$

НЧНЧ1	ВЧНЧ1
НЧВЧ1	ВЧВЧ1

Проаналізуємо на основі частотного підходу до вейвлет-перетворення, яке розглянуто в роботі [2], модель гравітаційного поля Місяця SGM100i. З використанням даної моделі були обчислені радіальні складові сили ваги Місяця (рис. 1,а). В якості вейвлет-функції використаємо вейвлети Хаара. Ці вейвлети є кусково-постійні функції, задані на кінцевих інтервалах різних масштабів, і приймають два значення $\{-1; +1\}$. Вейвлет Хаара одиничного масштабу і нульового зміщення (материнський вейвлет Хаара) — це функція, рівна $+1$ на інтервалі $[0; 1/2)$ і -1 на інтервалі $[1/2; 1)$. Застосувавши дискретне вейвлет-перетворення до радіальних складових сили ваги Місяця, отримаємо коефіцієнти розкладу першого рівня (рис. 1,б).

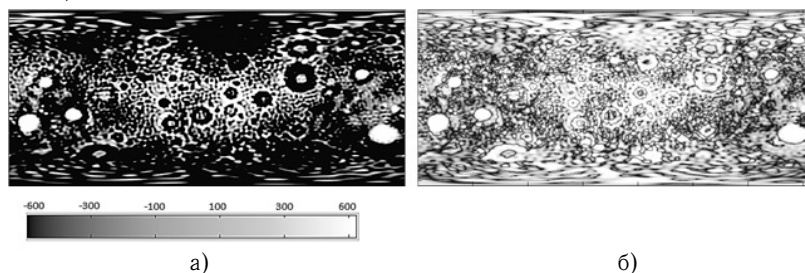


Рис. 1. а) радіальні складові сили ваги Місяця в мГал, б) коефіцієнти апроксимації першого рівня дискретного вейвлет-перетворення НЧНЧ1

Отримані коефіцієнти розкладу чітко відображають структурні лінії, що характеризують різноманітні особливості гравітаційного поля Місяця, а також можуть бути використані як вихідні дані для автоматичної векторизації та структурного аналізу в ГІС.

Проведені дослідження показують можливість використання двовимірного дискретного вейвлет-аналізу для виявлення та картографування особливостей гравітаційного поля Місяця.

1. Самсонов Т. Мультимасштабное картографирование рельефа. — LAP Lambert Academic Publishing Saarbrücken, 2011. — 207 с.
2. Яковлев А.Н. Введение в вейвлет-преобразования: Учеб. пособие. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. — 104 с.
3. Moreau F., Gibert D., Holschneider M., Saracco G. Identification of sources of potential fields with the continuous wavelet transform: Basic theory Inverse Problem Journal of Geophysical Research: Solid Earth. — 2012. — P. 64–69.

Надійшла до редакції 8.12.2014

Зазуляк П.М., Нікулішин В.І.