



УДК 523.3:529

Различные виды лунно-солнечного цикла и их применение для вычисления возраста Луны

В.В. Михальчук

Астрономическая обсерватория Одесского национального университета, Одесская национальная морская академия

Приведены недостатки известного с древности 19-летнего метонова цикла. Показано, что этот цикл имеет три вида, каждый из которых обеспечивает различную точность вычисления лунного числа. Получена вековая поправка, позволяющая повысить точность вычисления возраста Луны на большом интервале времени, и универсальная формула для вычисления лунного числа в различных видах 19-летнего лунно-солнечного цикла.

РІЗНІ ВИДИ МІСЯЧНО-СОНЯЧНОГО ЦИКЛУ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ ВІКУ МІСЯЦЯ, Михальчук В.В. — Приведено недоліки відомого із старовини 19-річного метонова циклу. Показано, що цей цикл має три види, кожен з яких забезпечує різну точність обчислення місячного числа. Отримана вікова поправка, що дозволяє підвищити точність обчислення віку Місяця на великому інтервалі часу, і універсальна формула для обчислення місячного числа в різних видах 19-річного місячно-сонячного циклу.

VARIOUS ASPECTS OF MOON-SOLAR CYCLE AND THEIR APPLICATION FOR AN CALCULATION OF AGE OF THE MOON, by Mikhalechuk V.V. — Shortages known from an antiquity 19-years Meton cycle are given. This cycle has three aspects, each of which ensures a various precision of a calculation of lunar number. The secular correction is obtained, permitting to increase the precision of a calculation of age of Moon on a large time interval, and the universal formula for a calculation of lunar number in various aspects of 19-years moon-solar cycle.

Ключевые слова: фазы Луны; метонов цикл.

Key words: phases of the Moon; Meton cycle.

1. ВВЕДЕНИЕ

Лунно-солнечный цикл продолжительностью 19 лет (метонов цикл) известен с древнейших времен и устанавливает взаимосвязь между возрастом Луны и датой календарного года [1–4]. Возраст Луны определяется как интервал времени, выраженный в сутках и их долях, прошедший с момента ближайшего новолуния [2, 3], и изменяется от 0 до 29.5. Метонов цикл применяется для вычисления возраста Луны на любую дату солнечного календаря (с максимально возможной точностью до 0.5 суток). Для точного вычисления возраста Луны необходимо знать момент ближайшего новолуния из астрономических эфемерид.

В работе [3] была введена дополнительная поправка за месяц для приближенного вычисления возраста Луны с максимально возможной точностью в течение текущего года. В этой же работе была получена формула, позволяющая аналитически вычислять лунное число в первом приближении для простого метонового цикла, но не обеспечивающая требуемую точность вычисления лунного числа за пределами текущего 19-летнего цикла. Поэтому возникает необходимость в получении формулы, позволяющей более точно вычислить лунное число на большом интервале времени.

2. ПРОСТОЙ МЕТОНОВ ЦИКЛ

Лунный год имеет продолжительность 12 синодических месяцев и приблизительно на 11 суток короче, чем тропический и календарный годы. Таким образом, лунное число $L(Y)$, постоянное для всего года, должно удовлетворять условию

$$L(Y+1) = L(Y) + 11. \quad (1)$$

Лунное число L лежит в пределах от 0 до 30 и, согласно условию (1), увеличивается каждый год на 11. При достижении значения $L = 30$, лунное число (так же, как и возраст Луны) должно обращаться в нуль ($L = 0$). Зная лунное число, можно вычислить возраст Луны по формуле, полученной в работе [3]:

$$B = L + M + D + K, \quad (2)$$

где M — номер месяца в году, D — номер дня в месяце, K — дополнительная поправка за месяц к возрасту Луны. Дополнительная поправка принимает следующие значения: $K = 2$ для января и февраля, $K = 1$ для сентября и ноября, $K = 0$ для остальных месяцев.

Формула (2) позволяет вычислить возраст Луны с точностью ± 0.5 суток на протяжении текущего метонова цикла. Для этого нужно знать лунное число L , соответствующее данному календарному году Y ,

т.е. необходимо вычислить функцию $L(Y)$. Это можно осуществить в первом приближении при помощи простого метонического цикла, представляющего собой 19-летний цикл, внутри которого выполняется условие (1). Период такого цикла полагается равным в точности 19 годам.

За начало простого метонического цикла удобно принять год Y_0 , для которого $L=0$. Тогда Y_0 будет первым годом этого цикла, а последним, 19-м годом цикла будет $Y_0 + 18$. Данный цикл, отсчитываемый от года Y_0 , назовем текущим. Год $Y_0 + 19$ уже будет первым годом следующего цикла. Вследствие периодичности цикла должно выполняться условие его замкнутости

$$L(Y_0 + 19) = 0. \quad (3)$$

Тогда, обозначив через n номер года в текущем цикле, составим таблицу лунных чисел L (табл. 1), вычисленных по формуле (1).

Таблица 1. Лунные числа в простом метоническом цикле

n	$Y - Y_0$	L	n	$Y - Y_0$	L	n	$Y - Y_0$	L	n	$Y - Y_0$	L
1	0	0	6	5	25	11	10	20	16	15	15
2	1	11	7	6	6	12	11	1	17	16	26
3	2	22	8	7	17	13	12	12	18	17	7
4	3	3	9	8	28	14	13	23	19	18	18
5	4	14	10	9	9	15	14	4	1	19	0

В работе [3] получена аналитическая формула для вычисления лунного числа в простом метоническом цикле:

$$L(Y) = 30 \left\{ \frac{11(Y - Y_0)}{30} \right\}, \quad (4)$$

где фигурные скобки означают дробную часть заключенного внутри них выражения. Функция $L(Y)$, выражаемая формулой (4), является периодической с периодом, равным $P = \frac{30}{11} = 2.7272727$ года, и принимает целочисленные значения от 0 до 29. Внутри каждого периода функция $L(Y)$ непрерывно линейно возрастает с увеличением разности $Y - Y_0$. Число периодов P изменения лунного числа на протяжении всего 19-летнего цикла составляет

$$N = \frac{19}{P}. \quad (5)$$

Подставив в формулу (5) вычисленное значение периода P , получим $N = 6.967$, т.е. приближенно можно считать, что $N = 7$. Формула (4) позволяет аналитически вычислить все значения лунных чисел для любого календарного года Y при сплошной нумерации годов и точно воспроизводит значения лунных чисел внутри текущего цикла, приведенные в табл. 1. Однако ее применение за пределами текущего цикла некорректно, так как нарушается условие (3) и такой цикл является незамкнутым, что приводит к накоплению систематической погрешности. Можно замкнуть простой метонический цикл, записав формулу (4) для текущего цикла в виде следующего выражения:

$$L(Y) = 30 \left\{ \frac{11(n - 1)}{30} \right\}, \quad (6)$$

где

$$n = Y - Y_0 + 1. \quad (7)$$

Формулы (6) и (7) применимы только внутри каждого текущего цикла. В формуле (6) применяется циклическая нумерация годов, которая неудобна для использования за пределами текущего цикла.

В простом замкнутом метоническом цикле можно перейти от циклической нумерации годов к сплошной, записав формулу (7) в виде

$$n = 19 \left\{ \frac{Y - Y_0}{19} \right\} + 1. \quad (8)$$

В этом случае n принимает целочисленные значения от 1 до 19, повторяющиеся циклически при сплошной нумерации годов. Формула (8) автоматически переопределяет значения Y_0 для различных текущих циклов по одному начальному значению года Y_0 основного текущего цикла, что искусственно замыкает каждый цикл. Внутри каждого цикла выполняется условие (1), но на его границе лунное число увеличивается уже не на 11, а на 12. Таким образом, лунное число в цикле меняется неравномерно, т.е. нарушается линейность его изменения в последнем периоде. Нелинейность изменения лунного числа приводит к нарушению его периодичности внутри цикла.

В работе [3] показано, что для нынешнего текущего метонического цикла его первый год $Y_0 = 1998$. Таким образом, приняв нынешний текущий цикл за основной и, полагая для 1998 года $n = 1$, с помощью табл. 1 или формулы (6) можно вычислить лунное число для любого года текущего цикла и, подставив его в формулу (2), найти возраст Луны.

Сравнение значений лунных чисел для простого метонического цикла, приведенных в табл. 1, с их истинными значениями, найденными из астрономических эфемерид [5], показывает некоторые отличия

в пределах около 1 суток. Эти отличия приводят к нарушению выполнения условия (1) и связаны с несовершенством простого метонова цикла.

Рассмотрим пример 1 вычисления возраста Луны в простом метоновом цикле (табл. 2). Вычисленные значения лунного числа L и возраста Луны B представлены в виде дроби (незамкнутый цикл/ замкнутый цикл). Отличие возраста Луны, вычисленного по формулам (2) и (4), от ее истинного возраста на 2 суток связано с погрешностью вычисления лунного числа и свидетельствует о некорректности формулы (4).

Таблица 2. Примеры вычисления возраста Луны

№	Календарная дата	D	M	K	Y	$Y - Y_0$	n	Вычисленные		Истинные	
								L	B	L	B
1	15 февраля 1961 г.	15	2	2	1961	-37	2	13/11	2/0	11	0
2	19 июня 1936 г.	19	6	0	1936	-62	15	4/5	29/0	5	0
3	17 мая 1882 г.	17	5	0	1882	-116	18	7/8	29/0	8	0

3. УСРЕДНЕННЫЙ МЕТОНОВ ЦИКЛ

Применение формул (4) и (6) для простого метонова цикла приводит к погрешности вычисления лунного числа, что связано с жестким навязыванием условия (1) при выводе этих формул. Поэтому возникает необходимость в получении формулы со сплошной нумерацией годов (определение значения Y_0 осуществляется только один раз), позволяющей вычислить лунное число с максимально возможной точностью (± 0.5 суток) для любого года Y как внутри текущего цикла, так и за его пределами, на большом интервале времени.

Поскольку лунный год короче тропического и календарного не точно на 11 суток, а лишь приблизительно, то общий вид формулы (4) может быть представлен следующим образом:

$$L(Y) = 30 \left\{ \frac{Y - Y_0}{P} \right\}, \quad (9)$$

где P — период изменения лунного числа в годах, равный

$$P = \frac{30}{11 + \mu}, \quad (10)$$

μ — вековая поправка для лунного числа. Объединив формулы (9) и (10) в одну, запишем

$$L = 30 \left\{ \frac{(11 + \mu)(Y - Y_0)}{30} \right\}. \quad (11)$$

В формуле (11) применяется сплошная нумерация годов при одном значении года Y_0 .

Для простого метонова цикла $\mu = 0$, и из выражения (11) получается формула (4). Следовательно, он является первым приближением метонова цикла, т.е. частным случаем более сложного цикла, выражаемого формулой (11). Метонов цикл, свободный от недостатков простого метонова цикла, назовем усредненным. Он является вторым приближением метонового цикла. Период усредненного метонова цикла составляет в точности 19 лет, поэтому он должен быть замкнутым с периодическим изменением лунного числа.

Подставив $N = 7$ в формулу (5), получим $P = 2.7142857$ года. Зная период P изменения лунного числа в усредненном метоновом цикле, можно, пользуясь формулой (10), найти вековую поправку для лунного числа, равную $\mu = 0.0526316$. Используя формулу (11), составим таблицу лунных чисел для нынешнего усредненного метонова цикла, считываемого от начального года $Y_0 = 1998$ (табл. 3).

Таблица 3. Лунные числа нынешнего усредненного метонова цикла

Y	$Y - Y_0$	L^*	L	Y	$Y - Y_0$	L^*	L
1998	0	0.000	0	2008	10	20.526	21
1999	1	11.053	11	2009	11	1.579	2
2000	2	22.105	22	2010	12	12.632	13
2001	3	3.158	3	2011	13	23.684	24
2002	4	14.211	14	2012	14	4.737	5
2003	5	25.263	25	2013	15	15.789	16
2004	6	6.316	6	2014	16	26.842	27
2005	7	17.368	17	2015	17	7.895	8
2006	8	28.421	28	2016	18	18.947	19
2007	9	9.474	9	2017	19	0.000	0

В табл. 3 приведены значения L^* лунных чисел, непосредственно вычисленные по формуле (11), и их окончательные значения L , округленные до ближайшего целого. Равномерная последовательность значений L^* свидетельствует о строгой периодичности изменения лунного числа внутри цикла в соответствии с выполнением условия (3). Таким образом, при помощи формулы (11), округлив ее результат до ближайшего целого, можно вычислить лунное число как в текущем усредненном метоновом цикле с точностью ± 0.5 суток, так и на значительном интервале времени (до десятка предыдущих и последующих циклов)

с точностью ± 1 сутки. При этом нумерация годов Y является сплошной.

В примерах 2 и 3 (табл. 2) приведены вычисленные значения лунного числа и возраста Луны в простом метоновом цикле и усредненном (простой цикл/ усредненный цикл), причем нынешний цикл выбран в качестве основного. Расхождение между возрастом Луны, вычисленным по формулам (2), (6) и (8), и ее истинным возрастом на 1 сутки связано с погрешностью вычисления лунного числа и свидетельствует о неточности формулы (6). Применение формулы (11) позволило получить правильные значения лунного числа и возраста Луны.

Формула (11) для вычисления лунного числа является универсальной, так как она применима ко всем рассмотренным видам лунно-солнечного цикла как ее частным случаям.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты, полученные в данной работе:

1. Показано, что 19-летний метонов цикл имеет 3 вида: простой незамкнутый, простой замкнутый и усредненный. Лунное число в каждом из этих видов метонova цикла вычисляется по различным формулам с различной точностью.

2. Введена вековая поправка к лунному числу для усредненного метонova цикла.

3. Получена универсальная формула для вычисления лунного числа во всех рассмотренных видах лунно-солнечного цикла с точностью ± 0.5 суток на большом интервале времени (порядка столетия), что позволяет найти возраст Луны.

1. Климшин И.А. Календарь и хронология. — М.: Наука, 1990. — 480 с.
2. Куликовский П.Г. Справочник любителя астрономии/ Под ред. В.Г. Сурдина. — М.: УРСС, 2002. — 688 с.
3. Михальчук В.В. Уточнение возраста Луны в лунно-солнечном цикле // Вісник Астрономічної школи. — 2009. — 6, № 1. — С. 69–72.
4. Селешников С.И. История календаря и хронология. — М.: Наука, 1977. — 224 с.
5. Mikhalchuk V.V. Elaboration of the batch of the programs for celestial mechanics for the computation of the astronomical ephemeris // Odessa Astron. Publ. — 2001. — 14. — P. 261–264.

Поступила в редакцию 16.08.2012