



Об учете гравитационных возмущений в компьютерной технологии моделирования образования и эволюции метеороидных комплексов

Н.В. Куликова, В.М. Чепурова

ГАИШ МГУ, Обнинск ИАТЭ

До сих пор наши исследования динамики метеороидных комплексов осуществлялись в рамках невозмущенного движения. Применение алгоритма Э.Эверхарта и построенных на основе обобщенной задачи 2-х неподвижных центров промежуточных гиперболических орбит позволяет расширить эти рамки и учесть необходимые гравитационные возмущения.

ПРО ВРАХУВАННЯ ГРАВІТАЦІЙНИХ ЗБУРЕНЬ В КОМП'ЮТЕРНІЙ ТЕХНОЛОГІЇ МОДЕЛЮВАННЯ УТВОРЕННЯ ТА ЕВОЛЮЦІЇ МЕТЕОРОЇДНИХ КОМПЛЕКСІВ, Куликова Н.В., Чепурова В.М. — Донедавна наші дослідження динаміки метеороїдних комплексів здійснювались в межах незбуреного руху. Застосування алгоритму Е.Еверхарта та побудованих на основі узагальненої задачі двох нерухомих центрів проміжних гіперболічних орбіт дозволяє розширити ці межі та врахувати необхідні гравітаційні збурення.

ON THE ACCOUNT OF GRAVITATIONAL PERTURBATIONS IN COMPUTER SIMULATION TECHNOLOGY OF METEOROID COMPLEX FORMATION AND EVOLUTION, by Kulikova N.V., Chepurova V.M. — So far we investigated the nonperturbation dynamics of meteoroid complexes. The numerical integration of the differential equations of motion in the N -body problem by the Everhart algorithm ($N=2-6$) and introduction of the intermediate hyperbolic orbits build on the base of the generalized problem of two fixed centers permit to take into account some gravitational perturbations.

Кроме техногенного мусора, определяющего опасность космических полетов вблизи Земли, Солнечная система населена огромным количеством мусора естественного происхождения, одной из составляющих которого являются метеороидные комплексы, образующиеся в результате распада кометных ядер и астероидов при столкновениях друг с другом и при тесных сближениях с планетами, особенно планетами-гигантами, когда гравитационное поле планеты сближения растягивает и может разрушить малое тело. Проводимые нами исследования по образованию и динамике метеороидных комплексов осуществлялись до сих пор в рамках невозмущенного движения, так как ранее проведенные расчеты показали малые значения изменений элементов орбит фрагментов под влиянием негравитационных эффектов (Пойнтинга–Робертсона, Ярковского–Радзиевского и др.) и гравитации вне сближений с планетами [1].

Для учета гравитационных возмущений авторами разрабатывается отдельный модуль, встраиваемый в базовый комплекс компьютерной технологии [2]. Предполагается, что программная часть модуля будет включать следующие составляющие:

А) гравитационные возмущения в задаче N -тел, определяемые численным интегрированием. Применяется программа RADAU-алгоритм Э.Эверхарта [3], для N от двух до восьми.

В) возмущения от гравитационного потенциала большой планеты при сближении с ней малых тел. Используются аналитические формулы построенной ранее промежуточной некеплеровской гиперболической орбиты, основанной на симметричном варианте обобщенной задачи двух неподвижных центров и учитывающей сжатие центрального тела [4], за которое принимается планета сближения.

С) возмущения от гравитационного потенциала Земли, когда малое тело приближается к ней.

Расчет осуществляется по аналитическим формулам промежуточной гиперболической орбиты, основанной на несимметричном варианте обобщенной задачи двух неподвижных центров. При движении малого тела внутри Солнечной системы его траекторию можно разделить на три части:

1. Наибольшая, когда тело движется по гелиоцентрической орбите и подвержено небольшим гравитационным возмущениям от больших планет. Эта часть орбиты рассматривается в составляющей А) нашего модуля. Алгоритм Эверхарта — это особый неявный одношаговый алгоритм, построенный по схеме методов Рунге–Кутты. Он основан на разложении в ряд правых частей уравнений движения по степеням независимой переменной. Применяется специальный метод разбиения шага на подшаги оптимальным образом (разбиение Гаусса–Радо). Коэффициенты разложения по степеням шага после

их вычисления уточняются последовательными приближениями. Контроль шага интегрирования проводится по величине последнего члена в разложении решения по степеням независимой переменной. Для этого в алгоритме введены два входных параметра — задающий точность интегрирования (LL) и задающий порядок разложений по степеням шага (NOR). Шаг выбирается автоматически по условию, чтобы последний член разложения по степеням шага был меньше 10^{-LL} . Параметры подбираются в соответствии с соотношением $0.75 < NOR < 2LL$, причем NOR выбирается из определенной последовательности заданных чисел. Вариант программы RADA 27 (RADAU) в базовом варианте использует представление чисел в компьютере с двойной точностью и разложением правых частей уравнений до 27 порядка. На рис.1 в графическом виде представлены результаты расчетов по вышеописанному алгоритму (RADA-17 и RADA 27) — эволюции большой полуоси и долготы узла орбиты кометы Темпеля–Туттля в появлении 1533 г. до 1899 г. Приведен также график вариаций этих элементов, построенный по данным наблюдений. Видно, что данные наблюдений располагаются внутри области расчетов по этим двум модификациям алгоритма, причем расчетные данные по RADA 27, более близки к наблюдениям. Фрагменты дезинтеграции кометы в появлении 1533 г. с максимальными и минимальными значениями отклонений кеплеровских элементов орбит от орбиты родительского тела как бы ограничивают область космического пространства, в котором эволюционирует комета. Изложенный механизм эволюционного изменения орбитальных элементов был применен к ряду исследуемых комет — Галлея, Темпеля–Туттля и др. В качестве иллюстрации на рис.2 приведены вариации большой полуоси орбит фрагментов дезинтеграции ядра кометы Темпеля–Туттля при максимальных значениях скорости выброса в последовательности появлений комет с 1567 г. по 1666 г. Показано влияние гравитационных возмущений от больших планет в различном их сочетании. Таким образом, данный механизм учета планетных возмущений позволяет исследователю, несмотря на малые значения вариаций, приблизиться к реальному эволюционному развитию выбросов масс в космическом пространстве.

2. Если малое тело попадает в сферу влияния планеты-гиганта, планета сближения может своим гравитационным воздействием резко изменить орбиту малого тела, более того она может даже разрушить до некоторой степени (или даже полностью, как это проделал Юпитер с кометой Леви–Шумейкерова) это тело. Поэтому подробно исследовать движение малого тела в тот промежуток времени (пусть небольшой), когда оно сближается с большой планетой, очень важно. Очень часто, относительно планеты сближения траектория малого тела является гиперболической. Как известно, разложение гравитационного потенциала планет-гигантов по сферическим функциям практически не содержит нечетных гармоник. Поэтому выгодно использовать при вычислениях промежуточную гиперболическую орбиту симметричного варианта обобщенной задачи двух неподвижных центров [5], включающую возмущения от сжатия (вторая гармоника в разложении потенциала) планеты сближения, относительно которой и строится промежуточная орбита. Разработаны алгоритмы и осуществлена компьютерная реализация четырех задач:

- переход от элементов гелиоцентрической орбиты малого тела к его планетоцентрическим координатам (x, y, z) ;
- вычисление элементов промежуточной орбиты относительно планеты сближения по планетоцентрическим координатам (x, y, z) ;
- вычисление планетоцентрических прямоугольных и цилиндрических координат в любой момент времени по полученным в предыдущей задаче элементам промежуточной орбиты;
- переход от планетоцентрической орбиты обратно к гелиоцентрической.

Рассмотрим подробнее эти алгоритмы.

Задача 1 распадается на две более простых:

- а) даны элементы гелиоцентрической орбиты малого тела, по ним вычисляем его прямоугольные координаты (x', y', z') в системе координат, связанной с Солнцем. Формулы, используемые нами, общеизвестны (см., например, [6]) и здесь не приводятся;
- б) осуществляется переход от системы координат, связанной с Солнцем, к системе координат, связанной с планетой сближения, процедура также хорошо описанная в литературе [6,7]. В результате получим прямоугольные планетоцентрические координаты малого тела (x, y, z) ;

В задаче 2 переходим от координат (x, y, z) к эллипсоидальным координатам (ξ, η, ω) : $2\xi^2 = r^2 - c^2 + \sqrt{(r^2 - c^2)^2 + 4c^2z^2}$, $\xi' = (\xi^2 r' + c^2 z z') / \xi J$, $\eta^2 = z^2 / \xi^2$, $\eta' = (\xi z' - \xi' z) / \xi^2$, $\omega = \arctg \frac{y}{x}$, $\cos \omega = \cos(\arccos x / \rho)$, т.е. $\operatorname{sgn} \cos \omega = \operatorname{sgn} x$, $\omega' = (xy' - x'y) / \rho^2$. Здесь c — константа задачи двух неподвижных центров: $c = R_0 \sqrt{-J_2}$, где R_0 — экваториальный радиус центрального тела, например, Юпитера, $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ (r — радиус-вектор точки), $V^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$ (V — ее скорость, x', y', z' и

ξ', η', ω' – составляющие скорости), $\rho^2 = x^2 + y^2$, $r' = xx' + yy' + zz'$, $J = \xi^2 + c^2\eta^2$, $J' = \xi'^2 + c^2\eta'^2$.

Вычисляются произвольные постоянные интегрирования дифференциальных уравнений движения, в том числе постоянную живых сил h (для гиперболы $h > 0$), и вместо них вводятся новые произвольные постоянные $a < 0$, $e > 1$, $|s| \leq 1$: $2h = V^2 - 2U$, $c_1 = xy' - x'y$, $2c_2 = JJ' - V^2r^2 - 2Uc^2\eta^2$, $U = f m_0 \xi / J$ (m_0 – масса планеты, f – постоянная тяготения) и $a_0 = -f m_0 / 2h$, $e_0^2 - 1 = 4hc_2 / f^2 m_0^2$, $1 - s_0^2 = -c_1^2 / 2c_2$; а также $p = a(1 - e^2) < R_0$ и малый безразмерный параметр $\varepsilon = c/p$, все необходимые величины будем

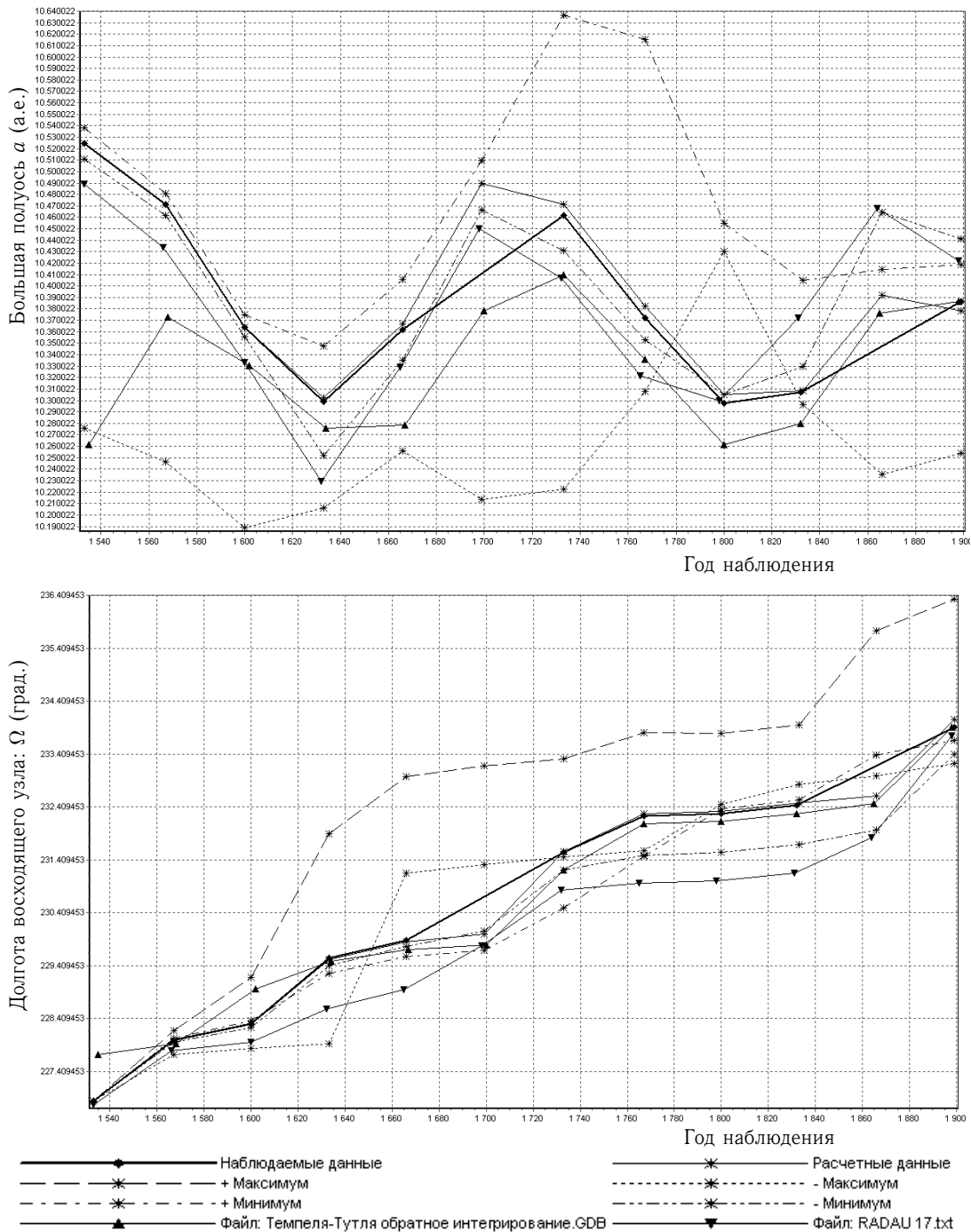


Рис. 1. Вариации кеплеровских орбит Темпеля–Туттля (1553 г.), фрагментов дезинтеграции и данных наблюдения

представлять в виде рядов по степеням ε :

$$a_{i+1} = a_0 [1 + \varepsilon_i^2 (e_i^2 - 1)(1 - s_i^2) - \varepsilon_i^4 s_i^2 (1 - s_i^2)(e_i^2 + 3)],$$

$$e_{i+1}^2 = 1 + (e_0^2 - 1) [1 - \varepsilon_i^2 (1 - s_i^2)(3e_i^2 + 1) + 2\varepsilon_i^4 [3e_i^4 + 4e_i^2 + 1 - s_i^2(5e_i^4 + 2e_i^2 + 1) + 2s_i^4(e_i^2 - 1)e_i^2]]$$

$$s_{i+1}^2 = 1 - (1 - s_0^2) [1 - \varepsilon_i^2 s_i^2 (e_i^2 - 1) + \varepsilon_i^4 s_i^2 (e_i^2 - 1)(e_i^2 + 3 - 4s_i^2)]$$

Последние три уравнения решаются методом итераций.

Далее по [7] получаем константы промежуточной орбиты: a , e , s , ω , M (и ψ). Если положить $c=0$, то орбита переходит в кеплеровскую и ее постоянные переходят: a и e — в большую полуось и эксцентриситет, p — в параметр орбиты, ψ — в истинную аномалию, s — в синус угла наклонности, ω — в угол, отличающийся на $\pi/2$ от углового расстояния перигея от узла и Ω — в долготу узла кеплеровской орбиты. Это обстоятельство дает нам право называть постоянные промежуточной орбиты ее элементами по аналогии с кеплеровской орбитой.

Аналогично строился алгоритм третьей задачи (см. формулы в [7]). Задача 4 является обрат-

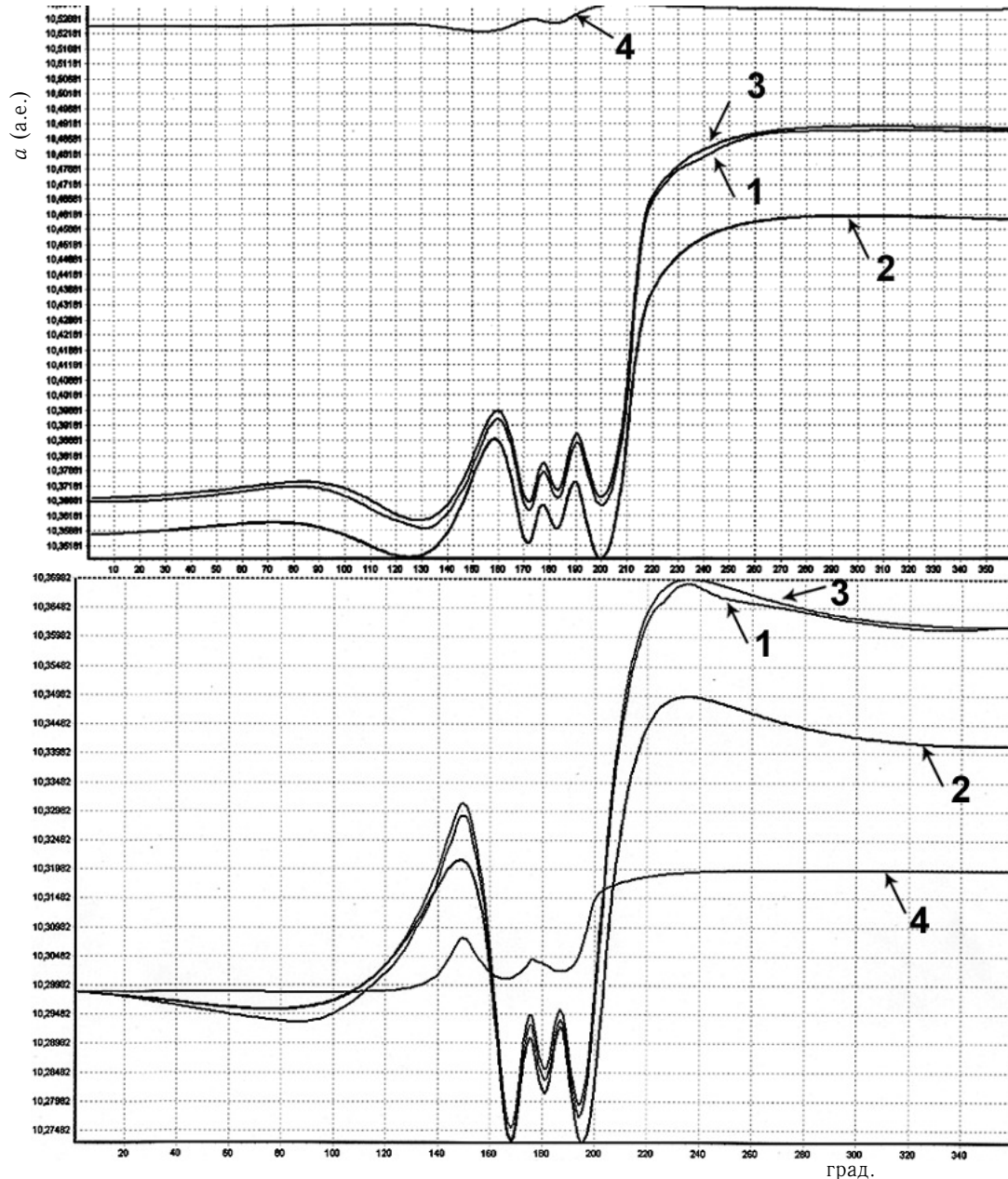


Рис. 2. Вариации значений большой полуоси орбит фрагментов дезинтеграции ядра комет Темпеля–Туттля от гравитационных возмущений больших планет в различном сочетании (вверху — 1567 г.; внизу — 1600 г.)
 1 — все планеты, 2 — отсутствуют Венера, Земля, Марс, Сатурн; 3 — отсутствуют Венера, Земля, Марс, Нептун;
 4 — отсутствуют Венера, Земля, Марс, Юпитер

ной задаче 1 и осуществляет переход от планетоцентрической орбиты к гелиоцентрической. Также, как для задачи 1, использовались формулы, взятые из тех же источников. Построенные алгоритмы применялись к исследованию движения комет при их сближении с Юпитером [7]. Контрольными примерами были выбраны два прохождения через сферу действия Юпитера кометы Брукса-2 и кометы Вольфа-2. С целью оценки зависимости изменения орбиты от точности начальных данных — координат точки вхождения кометы в сферу действия Юпитера — варьировались координаты (x, y, z) и радиусы-векторы орбит для контрольных примеров десять раз на две единицы третьего знака по всем координатам. Результаты вычислений показаны на графиках.

После тесного сближения кометы Брукса-2 в 1886 г. с Юпитером по наблюдениям А.Д.Дубяго [8] у кометы появились спутники. Это свидетельствовало о частичном развале кометы или выбросе из нее. Наши расчеты показывают сильное изменение координат и радиуса-вектора орбиты относительно Юпитера на выходе из сферы его действия (рис.3). При прохождении 1922 г. сближение было менее значительным. Изменения в координатах x и y получились большими, но разного знака, что для

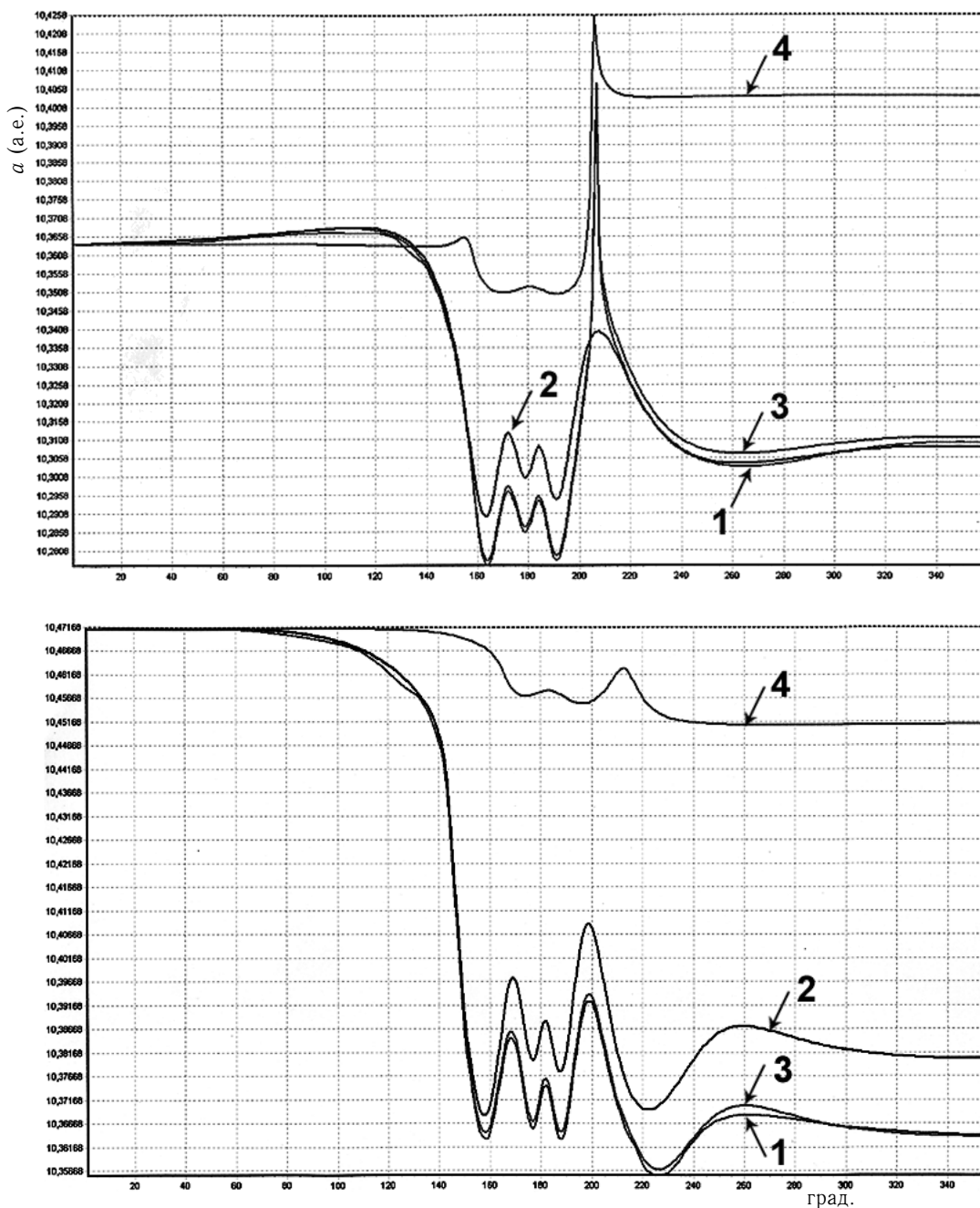


Рис. 2. (продолжение). Вверху — 1633 г.; внизу — 1666 г.

радиуса-вектора дало отклонение параболического характера (рис.4).

Результаты наших исследований сравнивались с наблюдениями А.Д.Дубяго [8] кометы Брукса-2 и М.Камиенски [9,10] кометы Вольфа-2. Сравнение подтвердило хорошее совпадение с аналитической теории с наблюдениями.

Прохождение кометы Вольфа-2 около Юпитера не очень тесное. Никаких особенностей в x, y, z , как и в r , нет, поэтому мы приводим график только для r (Рис.5). Он практически прямолинеен.

3. Третья часть траектории малого тела, может быть, наиболее важная часть орбиты малого тела, когда оно сближается с Землей, представляя собой опасность для жизни нашей планеты. В этом случае необходимо получить траекторию движения опасного объекта в реальном режиме. Для такого расчета может пригодиться промежуточная гиперболическая орбита несимметричного варианта обобщенной задачи двух неподвижных центров, включающая возмущения от второй и третьей гармоник в разложении гравитационного потенциала центрального тела. В настоящее время авторами написаны алгоритмы, описывающие такое движение малого тела, и осуществляется их программная реализация.

В заключение автор благодарит студентов-дипломников Обнинского государственного технического университета атомной энергетики Е.И.Черкасова и Н.В.Полякова за оказанную помощь в проведении некоторых расчетов.

1. Куликова Н.В., Мышев А.В., Пивненко Е.А. Космогония малых тел / под ред. Чепуровой В.М. — М.: Космосинформ, 1993. — 175 с.
2. Kulikova N.B., Tishchenko V.I. Computer technologies for processing and presenting simulation results and astronomical observational data // V.22. — 2003. — № 4–5. — P. 535–541.
3. Everhart E. An efficient integrator that uses Gauss–Radau spacing // Dynamics of Comets: their origin and Evolution. — 1985. — P. 182–202.
4. Аксенов Е.П. Теория движения искусственных спутников Земли. — М.: Наука, 1977. — 300 с.
5. Чепурова В.М. Теория возмущенного гиперболического движения в близкой окрестности больших планет // ВИНТИ, 1985.08.85. № 5953-85 Деп. 121 с.
6. Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. — М.: Наука, 1968. — 800 с.
7. Чепурова В.М. Исследование движения гиперболического типа в обобщенной задаче 2-х неподвижных центров: Дис...канд. физ.-мат. наук. — М.: ГАИШ, 1970. — 182 с.
8. Дубяго А.Д. Движение периодической кометы Брукса с 1883 г. по 1946 г. // Учен. зап. Казан. гос. ун-та. — 1950. — 110, кн.8. — С.5.
9. Kamienski M. // Bull. Acad. Polon Sci. Letters Ser. A.p. — 1949. — 61.
10. Kamienski M. // Acta Astron. — 1956. — 6. — P.153.

Поступила в редакцию 28.10.2008