

Определение параметров вращения нестабилизированного ИСЗ, представленного моделью «диффузный цилиндр»

С.Я. Колесник, Н.Г. Пальцев

Астрономическая обсерватория Одесского национального университета им. И.И.Мечникова, Украина

Предложен алгоритм определения координат оси вращения (полюса) и сидерического периода вращения ИСЗ, представленного диффузным цилиндром, прецессирующим вокруг вектора момента импульса с постоянным углом прецессии. Предполагается, что отражение света происходит по закону Ламберта. Одновременно определяется также зависимость коэффициента отражения света от угла фазы. Модельные расчёты подтверждают работоспособность метода. Предложена методика, позволяющая оценить точность найденных координат полюса вращения.

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ОБЕРТАННЯ НЕСТАБІЛІЗОВАНОГО ІСЗ, ПРЕДСТАВЛЕНОГО МОДЕЛЛЮ «ДИФУЗНИЙ ЦИЛІНДР», Колесник С.Я., Пальцев М.Г. — Запропоновано алгоритм визначення координат осі обертання (полюса) і сидеричного періоду обертання ІСЗ, представленого дифузним циліндром, який прецесує навколо вектора моменту імпульса зі сталим кутом прецесії. Прийнято, що відбиття світла відбувається за законом Ламберта. Одночасно також визначається залежність коефіцієнта відбиття світла від кута фази. Модельні розрахунки підтверджують працездатність метода. Запропоновано методику, яка дозволяє оцінити похибку знайдених координат полюса обертання.

DETERMINATION OF ROTATION PARAMETERS OF UNSTABILIZED ARTIFICIAL EARTH SATELLITE (AES), PRESENTED BY MODEL "DIFFUSE CYLINDER", by Kolesnik S.Ya., Paltsev N.G. — The algorithm is presented for determination of rotation axis (pole) coordinates and sidereal rotation period of satellite, simulated by the diffuse cylinder precessing around vector of angular moment of impulse with constant nutation angle. The Lambert's law of light reflection is accepted. Simultaneously, dependence of light reflection coefficient versus phase angle also is determined. The model simulations confirm serviceability of this method. The algorithm is proposed for estimation of accuracy of pole coordinates founded by this method.

Определение параметров движения ИСЗ вокруг его центра масс по фотометрическим данным представляет собой типичную обратную задачу спутниковой астрономии. Решение этой задачи позволяет исследовать влияние различных возмущающих факторов на движение ИСЗ и определять их величину. Ввиду того, что в общей постановке данная задача весьма сложна, наиболее реальный путь её разрешения — выделение отдельных классов фотометрических кривых [2] и соответствующих им классов ИСЗ и определение параметров движения для моделей, представляющих эти классы. Набор характерных моделей ИСЗ и развитых для них методик в значительной степени исчерпывает поставленную задачу.

В представленной работе рассмотрена простая и достаточно эффективная модель «прямой круговой цилиндр без учёта торцов». Такая модель в первую очередь применима к последним ступеням ракет-носителей, а также к спутникам цилиндрической формы, потерявшим стабилизацию после выработки своего ресурса. Модель пригодна, если длина цилиндра в несколько раз превышает его диаметр и если отражением света от торцов цилиндра можно пренебречь.

Фотометрическая кривая ИСЗ представляет собой набор звёздных величин $\{m_j\}$, исправленных за экстинкцию света в атмосфере, в моменты времени $\{t_j\}$. Выберем произвольно один из моментов t_j , обозначим его как t_0 (для удобства вычислений в качестве t_0 лучше брать один из моментов максимума блеска, находящегося примерно в середине интервала наблюдений одного прохождения ИСЗ) и вычислим для него координаты спутника. Затем, перейдя в спутникоцентрическую систему, найдем орты $\vec{\varepsilon}$ (орт «ИСЗ–Солнце»), $\vec{\kappa}$ (орт «ИСЗ–наблюдатель») и вектор \vec{b}_0 биссектрисы фазового угла α (угла «Солнце–ИСЗ–наблюдатель»)

$$\vec{b}_0 = \frac{\vec{\varepsilon} + \vec{\kappa}}{|\vec{\varepsilon} + \vec{\kappa}|} \quad (1)$$

Вращательное движение цилиндрического ИСЗ относительно центра масс будем рассматривать как прецессию его оси симметрии (орт \vec{L}) вокруг неподвижной оси вращения $\vec{\Omega}$ с углом прецессии θ (рис.1).

Считая орт $\vec{\Omega}$ известным, $\vec{\Omega} = (\cos \delta_\Omega \cos \alpha_\Omega; \cos \delta_\Omega \sin \alpha_\Omega; \sin \delta_\Omega)$, где $\alpha_\Omega, \delta_\Omega$ — сферические коор-

динаты орта оси вращения $\vec{\Omega}$, введём базис $\vec{\Omega}$, \vec{e}_1 , \vec{e}_2 :

$$\vec{e}_1 = \frac{\vec{\Omega} \times \vec{b}_0}{|\vec{\Omega} \times \vec{b}_0|}, \quad \vec{e}_2 = \vec{\Omega} \times \vec{e}_1. \quad (2)$$

Положение орта \vec{L} в этом базисе определяется как:

$$\vec{L} = \vec{\Omega} \cos \theta + \vec{L}^* \sin \theta = \vec{\Omega} \cos \theta + (\vec{e}_1 \cos \psi + \vec{e}_2 \sin \psi) \sin \theta, \quad (3)$$

где

$$\psi = \psi_0 + \omega(t - t_0), \quad (4)$$

ω — угловая скорость прецессии, ψ_0 — начальная фаза вращения.

Выбрав произвольно размеры цилиндра и коэффициент отражения света его поверхностью γ , можно на любой момент времени t вычислить силу отраженного и наблюдаемого света, приняв, например закон Ламберта, — наиболее простой закон отражения света, учитывающий характерные особенности диффузного рассеяния света,

$$I = \frac{\gamma S E_{\infty}}{\pi} \cdot \cos i_1 \cos i_2, \quad (5)$$

где $E_{\infty} = 135000$ лк — нормальная освещенность поверхности спутника Солнцем, i_1, i_2 — углы падения и отражения света плоским участком поверхности площадью S .

Зная радиус цилиндра R и его длину l , а также положение ортов \vec{e} , $\vec{\kappa}$, \vec{L} , можно для любого момента $t \in \{t_j\}$ вычислить силу света I^T , отраженного поверхностью спутника в сторону наблюдателя.

Теоретическая кривая изменения блеска $I^T = I^T(t)$ вычисляется для различных наборов параметров $\{\vec{\Omega}, \omega, \psi_0, \theta\}$, т.е.

$$I^T = I(R, l, \vec{e}, \vec{\kappa}, \vec{L}(\vec{\Omega}, \omega, \psi_0, \theta, t)). \quad (6)$$

Интегрирование выражения (5) по поверхности цилиндра приводит к теоретической формуле для вычисления силы света, отраженного ламбертовским цилиндром [3]

$$I^T = \gamma l R \left[\frac{E_{\infty}}{2\pi} \cdot \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 [(\pi - \vartheta) \cos \vartheta + \sin \vartheta] \right], \quad (7)$$

где $\varphi_1, \varphi_2, \vartheta$ — углы, определяющие ориентацию вектора \vec{L} относительно ортов \vec{e} и $\vec{\kappa}$ (рис. 2).

Для сравнения теоретической $I^T = I^T(t)$ и наблюдаемой $I^H = I^H(t)$ кривых блеска используем параметр

$$F = \sum_{j=1}^N (I_j^T - I_j^H)^2, \quad (8)$$

характеризующий степень отличия этих кривых. В выражении (8) величины I_j^H представляют собой преобразованные в силу света внеатмосферные звездные величины ИСЗ $\{m_j\}$, полученные в результате первичной обработки фотометрических наблюдений:

$$I_j^H = 278000 \cdot \rho_j^2 \cdot \exp(-0.921022 \cdot m_j), \quad (9)$$

где ρ_j — расстояния «ИСЗ–наблюдатель» в км, вычисляемые по известным элементам орбиты для каждого из моментов времени t_j .

Минимизируя величину F по $\{\vec{\Omega}, \omega, \psi_0, \theta\}$, найдём оптимальный набор этих параметров, что поз-

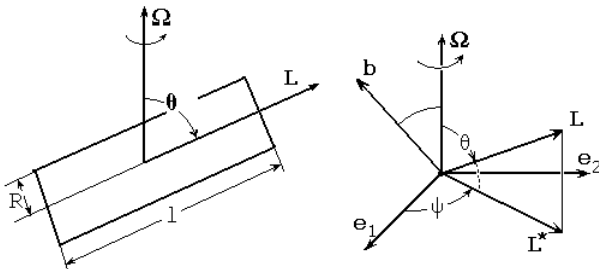


Рис. 1. Движение цилиндрического ИСЗ относительно центра масс

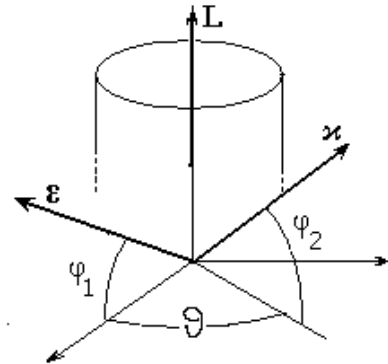


Рис. 2. Орты \vec{e} и $\vec{\kappa}$ в спутникоцентрической системе координат

волит определить направление оси вращения космического аппарата $\vec{\Omega}$ и остальные перечисленные параметры.

Обозначим выражение в фигурных скобках из (7) для момента t_j через Φ_j . Так как величины γ , l , R , входящие в (7) в виде произведения, по отдельности определить нельзя, обозначим всё это произведение символом γ . Данный коэффициент, в общем случае, является функцией фазового угла α . Полагая, что данная функция изменяется достаточно медленно, разделим интервал $0^\circ - 180^\circ$ на 18 одинаковых интервалов и будем считать γ постоянным на каждом из этих интервалов. Тогда формула (8) примет вид:

$$F = \sum_{k=1}^{18} \sum_{j(k)=1}^{J_k} \left(\gamma_k \Phi_{j(k)} - I_{j(k)}^H \right)^2 = \sum_{k=1}^{18} \left[\gamma_k^2 \sum_{j(k)=1}^{J_k} \Phi_{j(k)}^2 - 2\gamma_k \sum_{j(k)=1}^{J_k} I_{j(k)}^H \Phi_{j(k)}^2 + \sum_{j(k)=1}^{J_k} (I_{j(k)}^H)^2 \right] = \sum_{k=1}^{18} (\alpha_k \gamma_k^2 - 2d_k \gamma_k + c_k), \quad (10)$$

где в сумму по $j(k)$ входят только те точки, для которых фазовый угол α попадает в k -й интервал (для некоторых значений k может оказаться, что $J_k = 0$, следовательно, соответствующие интервалы будут пустыми и не внесут вклад в сумму F).

Минимизируем F по величинам γ_k , считая эти коэффициенты независимыми, для чего запишем необходимые условия экстремума:

$$\frac{\partial F}{\partial \gamma_k} = 0, \quad \Rightarrow \quad 2a_k \gamma_k - 2d_k = 0, \quad \Rightarrow \quad \gamma_k = \frac{d_k}{a_k}. \quad (11)$$

Так как квадратичная форма (10) является положительно определённой, то при найденных $\{\gamma_k\}$ выполняются и достаточные условия экстремума (а именно — минимума). Следовательно,

$$F_{\min} = \sum_{k=1}^{18} \left(a_k \frac{d_k^2}{a_k^2} - 2d_k \frac{d_k}{a_k} + c_k \right) = \sum_{k=1}^{18} \left(\frac{a_k c_k - d_k^2}{a_k} \right). \quad (12)$$

Следует отметить, что для использования более адекватной модели ИСЗ «цилиндр + 2 полусферы» теоретическую силу света I^T нужно вычислять по формуле

$$I^T = I_{\text{ц}} + I_{\text{сф}}, \quad (13)$$

где блеск цилиндра $I_{\text{ц}}$ вычисляется по формуле (7), а блеск двух полусфер (т.е. блеск сферы радиуса R) вычисляется как:

$$I_{\text{сф}} = \frac{2\gamma E_{\otimes} R^2}{3\pi} \cdot [(\pi - \alpha) + 1] \cos \alpha. \quad (14)$$

В этом случае, при минимизации необходимо ввести дополнительный параметр R/l и, при заданном $\vec{\Omega}$, проводить минимизацию по R/l , ω , ψ_0 .

Вычисления, проводимые по формулам (7)–(12), весьма просты, поэтому для минимизации F по параметрам ω , ψ_0 , θ (при фиксированных α_{Ω} , δ_{Ω}) применялся простейший метод прямоугольной сетки по трём параметрам с уменьшающимся шагом. Оптимизированные значения F_{\min} зависят только от экваториальных координат α_{Ω} , δ_{Ω} орта $\vec{\Omega}$. По этим параметрам также строится прямоугольная сетка (таблица зависимости $F_{\min} = F_{\min}(\alpha_{\Omega}; \delta_{\Omega})$), по которой непосредственно определяется ориентация орта $\vec{\Omega}$. При этом одновременно определяются и оптимальные значения угла прецессии θ , сидерического периода вращения $P = 2\pi/\omega$ и начальной фазы ψ_0 .

Диффузно отражающий свет цилиндр имеет максимальный блеск при $\theta \approx 90^\circ$, когда орты $\vec{\mathbf{L}}$ и $\vec{\mathbf{b}}_0$ приблизительно перпендикулярны. Следовательно, максимум блеска соответствующий моменту t_0 , как следует из (3), имеет место, когда $\vec{\mathbf{L}} \approx \vec{\mathbf{e}}_1$. Поэтому, в силу выбора момента t_0 , начальный угол вращения ψ_0 близок к нулю. Интервал $-0.6\pi < \psi_0 < 0.6\pi$ нами выбран с запасом, однако его можно уменьшить, если учесть точную зависимость $\psi_0(\theta)$.

Начальное значение угловой скорости ω_0 определим из наблюдаемого (синодического) периода изменения блеска $P_{\text{син}}$: $\omega_0 = 2\pi/P_{\text{син}}$. Пусть Δt — максимальный интервал между t_0 и крайними точками кривой изменения блеска. Тогда максимальное изменение угла ψ из (4), вызванное вариацией угловой скорости $\Delta\omega$, будет равно:

$$\Delta\psi = \psi_0 + (\omega_0 + \Delta\omega) \cdot \Delta t - (\psi_0 + \omega_0 \Delta t) = \Delta\omega \Delta t. \quad (15)$$

Величина $\Delta\psi$ отлична от нуля, в первую очередь, из-за отличия синодического и сидерического периодов вращения КА. Считая $|\Delta\psi| < \pi$, что является даже завышенной оценкой, получим

$$\Delta\omega \Delta t < \pi \quad \text{или} \quad \Delta\omega = \frac{\pi}{\Delta t}, \quad (16)$$

Таблица 1. Зависимость $F_{\min} = F_{\min}(\alpha_{\Omega}; \delta_{\Omega}) \cdot 10^{-3}$ (кандел) на всей небесной сфере.

$\delta_{\Omega} \setminus \alpha_{\Omega}$	0°	30°	60°	90°	120°	150°	180°	210°	240°	270°	300°	330°
90°	93.											
60°	27.	16.	37.	67.	109.	137.	146.	137.	131.	119.	94.	61.
30°	14.	42.	56.	80.	134.	144.	116.	113.	124.	131.	118.	64.
0°	45.	70.	96.	115.	139.	101.	48.	70.	93.	117.	140.	100.
-30°	114.	113.	124.	128.	115.	67.	24.	44.	55.	81.	131.	142.
-60°	137.	133.	127.	115.	93.	62.	31.	17.	22.	55.	104.	132.
-90°	86.											

Таблица 2. Зависимость $F_{\min} = F_{\min}(\alpha_{\Omega}; \delta_{\Omega}) \cdot 10^{-3}$ (кандел) в окрестности полюса вращения.

$\delta_{\Omega} \setminus \alpha_{\Omega}$	-2°	0°	2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°	20°	22°
58°											11.4		
56°							11.3	9.9	8.7	8.0	7.8	8.0	8.6
54°					11.2	9.2	7.4	5.9	5.0	4.8	5.4	6.4	7.6
52°				10.2	7.8	5.5	3.5	2.3	2.6	3.9	5.4	7.0	8.5
50°			10.0	7.3	4.7	2.2	0.0	1.9	3.8	5.6	7.3	9.0	
48°		10.5	7.6	5.0	2.7	1.9	3.0	4.8	6.6	8.4			
46°		8.6	6.0	4.2	3.6	4.5	6.0	7.8	9.6				
44°	10.1	7.5	5.8	5.1	5.5	7.2	8.9	10.7					
42°	9.3	7.4	6.5	6.9	8.1	9.8							
40°	9.1	7.9	7.9	8.8									
38°		8.9	9.5										

откуда следует, что $\omega \in [\omega_0 - \Delta\omega, \omega_0 + \Delta\omega]$.

Изложенная методика определения полюса и периода вращения ИСЗ является модификацией метода, примененного к исследованию астероидов (см. [1]). Для проверки сходимости метода был проведен численный эксперимент, в котором использовались элементы орбиты наблюдавшегося в Одессе 05.02.2005 г. прохождения ракеты-носителя «Січ». Для произвольно выбранной ориентации оси вращения: $\alpha_{\Omega} = 10^\circ$, $\delta_{\Omega} = 50^\circ$ и угловой скорости вращения $\omega = 0.06c^{-1}$ была построена теоретическая кривая изменения блеска при $\theta = 90^\circ$, $\psi_0 = 0^\circ$ (коэффициенты γ_k были приняты равными единице). Затем для этой кривой блеска, как для наблюденной, с помощью приведенной выше методики была решена обратная задача определения параметров движения ИСЗ вокруг центра масс. В таблице 1 приведена грубая сетка зависимости $F_{\min} = F_{\min}(\alpha_{\Omega}; \delta_{\Omega})$ на всей небесной сфере с шагом 30° по обоим параметрам.

В таблице 2 приведена та же зависимость в окрестности полюса вращения с шагом 2° . Из этой таблицы видно, что минимум — очень резкий, значения $\alpha_{\Omega}, \delta_{\Omega}$ восстановлены с высокой точностью, так как исходная фотометрическая кривая не содержит ошибок наблюдений. Точно восстановлены также и значения ω, θ, γ_k . Нужно также отметить, что в районе $\alpha_{\Omega} = 190^\circ, \delta_{\Omega} = -50^\circ$ (направление, противоположное полюсу вращения), также существует локальный минимум, который весьма размыт и значения F_{\min} в нём намного больше, чем при $\alpha_{\Omega} = 10^\circ, \delta_{\Omega} = 50^\circ$. Отсюда следует, что данная методика позволяет выделить истинное направление оси вращения за счёт учёта параллактического эффекта.

Разумеется, фотометрические кривые реальных ИСЗ отличаются от теоретических кривых как ввиду отличия формы ИСЗ от принятой модели, так и вследствие случайных ошибок наблюдений. Первая составляющая ошибки может быть уменьшена только выбором более адекватной модели ИСЗ. Для оценки второй составляющей ошибки мы предлагаем следующий алгоритм. Пусть по некоторой фотометрической кривой, содержащей ошибки наблюдений, найдена описанным способом оптимальная ориентация оси вращения ИСЗ ($\alpha_{\Omega}^*; \delta_{\Omega}^*$) и остальные параметры $\psi^*, \omega^*, \theta^*$ с соответствующим значением F_{\min}^* . Построим теоретическую кривую блеска с найденными параметрами и для этой кривой вычислим сетку значений F_{\min} . Для достаточно густой сетки можно построить линию уровня $F_{\min}(\alpha; \delta) = F_{\min}^*$. Тогда можно считать, что истинный полюс вращения находится внутри этой линии уровня; отсюда нетрудно найти и максимальную ошибку определения ориентации. В качестве примера к теоретической кривой блеска, построенной ранее при $\alpha_{\Omega} = 10^\circ, \delta_{\Omega} = 50^\circ$ и угловой скорости вращения $\omega = 0.06c^{-1}$, были прибавлены случайные поправки, не превосходящие по модулю 0.5^m . Решение обратной задачи даёт по-прежнему положение полюса вращения $\alpha_{\Omega} = 10^\circ, \delta_{\Omega} = 50^\circ$, но с более пологим минимумом, причём значение F_{\min} в минимуме равно $7.9 \cdot 10^{-3}$ кандел. В табл.2 приведены только значения F_{\min} , меньшие или приблизительно равные числу $7.9 \cdot 10^{-3}$ кандел; соответствующие клетки таблицы образуют «эллипс ошибок». Таким образом, максимальная ошибка может быть

оценена в $13^\circ - 14^\circ$.

В дальнейшем для обработки по приведенной методике будут выбираться ИСЗ, для которых зависимость $I^H(\alpha)$, усреднённая по периоду изменения блеска (и, если возможно, по нескольким прохождениям), приближается к теоретической зависимости $I^T(\alpha)$, вычисленной для сферы, отражающей свет по закону Ламберта.

1. Григорьевский В.М., Згоняйко Н.С., Колесник С.Я. Фотометрический метод определения ориентации оси вращения и формы астероидов // Изд. АН СССР, Письма в Астрономический журнал. — 1979. — **5**, № 9. — С. 482–485.
2. Добровольский А.В. Интерактивная система классификации кривых блеска космических объектов // Объединённый научный журнал. — 2002. — № 11(34). — С. 50–51.
3. McCue G.A., Williams J.G., Morford J.M. Optical characteristics of artificial Satellites // Planetary and Space Science. — 1971. — **19**. — P. 851–868.

Поступила в редакцию 29.08.2008