

Уточнение возраста Луны в лунно-солнечном цикле

В.В. Михальчук

Астрономическая обсерватория Одесского национального университета
Одесская национальная морская академия

Рассмотрен простой метонов цикл, период которого равен в точности 19 годам. Предложена формула для вычисления лунного числа в простом метоновом цикле и введена поправка, позволяющая повысить точность вычисления возраста Луны.

УТОЧНЕННЯ ВІКУ МІСЯЦЯ В МІСЯЧНО-СОЛЯЧНОМУ ЦИКЛІ, Михальчук В.В. — Розглянуто простий метонів цикл, період якого дорівнює в точності 19 рокам. Запропоновано формулу для обчислення місячного числа в простому метоновому циклі і введено поправку, яка дозволяє підвищити точність обчислення віку Місяця.

IMPROVEMENT OF AGE OF THE MOON IN LUNISOLAR CYCLE, Mikhalchuk V.V. — The simple Metonic cycle, the period of which is equal in exactness to 19 years, is considered. The formula for a calculation of lunar number in the simple Metonic cycle is offered and the correction is entered, permitting to increase exactitude of a calculation of age of the Moon.

1. ВВЕДЕНИЕ

Лунно-солнечный цикл продолжительностью 19 лет (метонов цикл) устанавливает взаимосвязь между возрастом Луны и датой календарного года [1–3]. Возраст Луны определяется как интервал времени, выраженный в сутках и их долях, прошедший с момента ближайшего новолуния [2,4], и изменяется от 0 до 29.5. В настоящее время общепринятым является солнечный григорианский календарь, в котором продолжительность календарного года (365.2425 суток) наиболее близка к продолжительности тропического года (365.2422 суток), поэтому метонов цикл применяется для вычисления возраста Луны на любую дату солнечного календаря.

Продолжительность синодического месяца сложным образом меняется от 29.25 суток до 29.83 суток, т.е. на 13–14^ч вследствие эллиптичности лунной орбиты и смещения линии ее узлов [2,3]. Поэтому определение возраста Луны с помощью метонического цикла возможно лишь приближенно, с точностью до 0.5 суток, если принять за продолжительность синодического месяца его среднее значение $S = 29.530589$ суток. Для точного вычисления возраста Луны необходимо знать момент ближайшего новолуния из астрономических эфемерид.

Приближенное вычисление возраста Луны в метоновом цикле затруднено несоизмеримостью тропического года, синодического месяца и средних солнечных суток. Существующий метод [3, 4] не обеспечивает требуемой точности в течение текущего года, поэтому целью настоящей работы является получение поправки, позволяющей приближенно вычислить возраст Луны с максимально возможной точностью.

2. ВОЗРАСТ ЛУНЫ И ЛУННОЕ ЧИСЛО

Согласно определению, возраст Луны B всегда находится в интервале: $0 \leq B < S$. Для точности вычислений, принятой в метоновом цикле, возраст B Луны может быть выражен целым числом, принимающим значения от 0 до 30. При достижении значения $B = 30$, возраст Луны полагается равным нулю ($B = 0$).

Календарная дата характеризуется годом Y , номером месяца M в году и номером дня D в месяце, поэтому возраст Луны, в общем случае, является функцией трех аргументов $B(Y, M, D)$. Обозначение возраста Луны функцией одного из трех аргументов означает, что рассматривается зависимость B только от этого аргумента, а остальные два аргумента являются постоянными.

Лунный год имеет продолжительность $12S$ и приблизительно на 11 суток короче, чем тропический и календарный годы. Таким образом, любому году Y соответствует некоторое целое число $L(Y)$, называемое лунным числом [4], которое постоянно для всего года и удовлетворяет условию

$$L(Y + 1) = L(Y) + 11. \quad (1)$$

Тогда для одной и той же даты года должно выполняться соотношение

$$B(Y + 1) - B(Y) = L(Y + 1) - L(Y). \quad (2)$$

Соотношение (2) выполняется лишь тогда, если лунное число L лежит в пределах от 0 до 30 и, согласно условию (1), увеличивается каждый год на 11.

Согласно определению возраста Луны, в течение данного месяца

$$B(D+1) = B(D) + 1. \quad (3)$$

Сравнение величины S со средней продолжительностью календарного месяца 30.437 суток показывает, что средний календарный месяц приблизительно равен $S+1$. Это позволяет найти зависимость возраста Луны B от номера месяца M , т.е. функцию $B(M)$. Таким образом, в течение данного года

$$B(M+1) = B(M) + 1. \quad (4)$$

Исходя из выражений (1)–(4), можно получить простую формулу для приближенного определения возраста Луны [3, 4]:

$$B = L + M + D. \quad (5)$$

Формула (5) позволяет вычислить возраст Луны с точностью до 2 суток на протяжении одного метонова цикла.

3. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ ЛУННОГО ЧИСЛА В ПРОСТОМ МЕТОНОВОМ ЦИКЛЕ

Для практического применения формулы (5) нужно знать лунное число L для данного календарного года Y , т.е. необходимо вычислить функцию $L(Y)$. Это можно осуществить в первом приближении при помощи простого метонова цикла, представляющего собой 19-летний цикл, внутри которого выполняется условие (1). Период такого цикла полагается равным в точности 19 годам.

За начало простого метонова цикла удобно принять год Y_0 , для которого $L=0$. Тогда Y_0 будет первым годом этого цикла, а последним, 19-м годом цикла будет Y_0+18 . Данный цикл, отсчитываемый от года Y_0 , назовем текущим.

Лунные числа L , приведенные в табл.1, вычислены по формуле (1) с учетом, что лунное число может принимать только значения от 0 до 30. При достижении значения $L=30$, лунное число должно обращаться в нуль ($L=0$).

Таблица 1. Значения лунных чисел в простом метоновом цикле

$Y - Y_0$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
L	0	11	22	3	14	25	6	17	28	9	20	1	12	23	4	15	26	7	18

Чтобы найти аналитическое выражение функции $L(Y)$, пользуясь формулой (1), составим уравнение для текущего цикла: $L(Y) = L(Y_0) + 11(Y - Y_0)$. Учитывая, что $L(Y_0) = 0$, запишем это уравнение в более упрощенном виде:

$$L(Y) = 11(Y - Y_0). \quad (6)$$

Функция $L(Y)$, вычисленная по формуле (6), непрерывно возрастает с увеличением разности $Y - Y_0$, и при $Y - Y_0 > 2$ превосходит максимально допустимое значение 30. Согласно определению, функция $L(Y)$ должна быть периодической и меньшей этого значения. Поэтому лунное число будет равно остатку от деления правой части выражения (6) на 30, и может быть представлено следующей формулой:

$$L(Y) = 30 \left\{ \frac{11(Y - Y_0)}{30} \right\}, \quad (7)$$

где фигурные скобки означают дробную часть заключенного внутри них выражения. Формула (7) позволяет аналитически вычислить все значения лунных чисел для любого календарного года Y при сплошной нумерации годов и точно воспроизводит значения лунных чисел внутри текущего цикла, приведенные в табл.1.

4. ЛУННЫЕ ДАТЫ

Чтобы вычислить лунное число для календарного года Y по формуле (7), необходимо найти первый год Y_0 основного текущего цикла. Из формулы (5) следует, что в каждом году существует 12 календарных дат, для которых возраст Луны равен лунному числу, т.е. $B=L$. Это возможно при выполнении условия

$$M + D = 30. \quad (8)$$

Дни года, для которых выполняется условие (8), назовем лунными датами (табл.2). Определив в любую лунную дату возраст Луны B из астрономических эфемерид, легко найти лунное число для данного календарного года: $L=B$.

Изменение продолжительности синодического месяца, различная продолжительность календарных месяцев и несоизмеримость календарного и лунного года приводят к тому, что значения возраста

Таблица 2. Лунные даты года

<i>M</i>	<i>D</i>	Лунная дата	<i>M</i>	<i>D</i>	Лунная дата
1	29	29 января	7	23	23 июля
2	28	28 февраля	8	22	22 августа
3	27	27 марта	9	21	21 сентября
4	26	26 апреля	10	20	20 октября
5	25	25 мая	11	19	19 ноября
6	24	24 июня	12	18	18 декабря

Луны для различных лунных дат года несколько отличаются друг от друга. Поэтому лунное число следует определять для середины тропического года, приходящейся обычно на 2–3 июля. Лунную дату, ближайшую к середине года, назовем главной лунной датой года. Согласно табл.2, такой датой является 24 июня. Таким образом, лунное число для любого календарного года численно равно округленному до ближайшего целого возрасту Луны на среднюю гринвичскую полночь главной лунной даты этого года.

Главная лунная дата года позволяет найти первый год Y_0 метонова цикла, для которого новолуние приходится на эту дату. Из астрономических эфемерид [5] следует, что для нынешнего текущего метонова цикла $Y_0 = 1998$, поскольку новолуние было 24 июня 1998 года в $3^{\text{h}}50^{\text{m}}$ всемирного времени (УТ).

Приведем некоторые примеры вычисления возраста Луны в простом метоновом цикле (табл.3). В примерах 1–4 лунное число L определялось из табл.1, вычисленной по формуле (7). Приближенное значение возраста Луны B вычислялось по формуле (5). Истинные значения лунного числа и возраста Луны определялись из астрономических эфемерид [5]. В примерах 1–3 вычисленный возраст Луны совпадает с ее истинным возрастом. Ошибка величиной 1 сутки при определении лунного числа в примере 2 незначительна, т.к. момент новолуния произошел 11 августа в $11^{\text{h}}08^{\text{m}}$ УТ, а в $0^{\text{h}}00^{\text{m}}$ УТ 11 августа возраст Луны составлял 28.9 суток. В примере 4 расхождение между вычисленным возрастом Луны и ее истинным возрастом составляет 2 суток, что свидетельствует о неточности формулы (5).

Таблица 3. Примеры вычисления возраста Луны

№	Календарная дата	<i>D</i>	<i>M</i>	<i>Y</i>	$Y - Y_0$	Вычисленные		Истинные	
						<i>L</i>	<i>B</i>	<i>L</i>	<i>B</i>
1	10 апреля 2000	10	4	2000	2	22	6	22	6
2	11 августа 1999	11	8	1999	1	11	0	10	29
3	28 августа 2007	28	8	2007	9	9	15	9	15
4	28 января 2004	28	1	2004	6	6	5	6	7

5. ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ПОПРАВКА К ВОЗРАСТУ ЛУНЫ

Формула (5) не может обеспечить необходимой точности вычисления возраста Луны в течение календарного года, т.к. она была получена для среднего календарного месяца, а истинные календарные месяцы имеют различную продолжительность. Для повышения точности в формулу (5) необходимо ввести дополнительную поправку K за месяц к возрасту Луны.

Январь имеет продолжительность 31 сутки, февраль — 28 (обычный год) или 29 (високосный год) суток. В среднем февраль имеет продолжительность 28.25 суток. Вместе январь и февраль имеют продолжительность 59.25 суток, что близко к значению $2S$. Отсюда следует, что в январе и марте Луна имеет один и тот же возраст в одинаковые даты, т.е. $B(1) = B(3)$. Точно такую же продолжительность имеют вместе февраль и март, поэтому в феврале и апреле Луна также имеет один и тот же возраст в одинаковые даты, т.е. $B(2) = B(4)$.

Апрель имеет продолжительность 30 суток, т.е. приблизительно $S + 0.5$, поэтому для мая $B(5) = B(4) + 0.5$. Аналогично для других месяцев, идущих за 30-дневными месяцами: $B(M) = B(M - 1) + 0.5$, где $M = 7, 10, 12$.

Май имеет продолжительность 31 сутки, т.е. приблизительно $S + 1.5$, поэтому для июня $B(6) = B(5) + 1.5 = B(4) + 2$. Для других месяцев, идущих за 31-дневными месяцами: $B(M) = B(M - 1) + 1.5$, где $M = 2, 4, 8, 9, 11$. Отсюда следует, что $B(M) = B(M - 2) + 2$, где $M = 8, 11$; $B(M) = B(M - 2) + 3$, где $M = 9$.

Март и апрель вместе имеют продолжительность 61 сутки, близкую к $2S + 2$, поэтому для мая $B(5) = B(3) + 2$. Для других месяцев: $B(M) = B(M - 2) + 2$, где $M = 6, 7, 10, 11, 12$.

Июль и август вместе имеют продолжительность 62 суток, близкую к $2S + 3$, поэтому для сентября $B(9) = B(7) + 3$.

Таблица 4. Возраст Луны и дополнительная поправка к нему для различных месяцев года

M	$B(M)$	$B(M) - B(1)$	$M + K$	K
1	$B(1)$	0	3	2
2	$B(2) \approx B(1) + 1$	1	4	2
3	$B(3) = B(1)$	0	3	0
4	$B(4) = B(2) \approx B(1) + 1$	1	4	0
5	$B(5) = B(3) + 2 = B(1) + 2$	2	5	0
6	$B(6) = B(4) + 2 = B(2) + 2 \approx B(1) + 3$	3	6	0
7	$B(7) = B(5) + 2 = B(1) + 4$	4	7	0
8	$B(8) = B(6) + 2 = B(4) + 4 \approx B(1) + 5$	5	8	0
9	$B(9) = B(7) + 3 = B(5) + 5 = B(1) + 7$	7	10	1
10	$B(10) = B(8) + 2 = B(6) + 4 = B(4) + 6 \approx B(1) + 7$	7	10	0
11	$B(11) = B(9) + 2 = B(7) + 5 = B(1) + 9$	9	12	1
12	$B(12) = B(10) + 2 = B(8) + 4 = B(6) + 6 = B(4) + 8 \approx B(1) + 9$	9	12	0

Значения возраста Луны $B(M)$ для всех месяцев года представлены в табл.4. Приближенные равенства в четных месяцах связаны с округлением возраста Луны для февраля до ближайшего меньшего целого, что обеспечивает выполнение условия (4).

Из табл.4 следует, что $B(9) \approx B(10)$ и $B(11) \approx B(12)$. Полученная сумма $M + K = B(M) - B(1) + 3$ позволяет вычислить дополнительную поправку K для каждого месяца, зависящую от его номера в году, и принимающую следующие значения: $K = 2$ для января ($M = 1$) и февраля ($M = 2$), $K = 1$ для сентября ($M = 9$) и ноября ($M = 11$), $K = 0$ для остальных месяцев. Тогда возраст Луны, с учетом дополнительной поправки, будет вычисляться по формуле

$$B = L + M + K + D. \quad (9)$$

Формула (9) является более точной, чем (5), и позволяет вычислить возраст Луны с точностью до 0.5 суток на протяжении текущего мезонного цикла.

Введение дополнительной поправки приводит к изменению некоторых лунных дат года. Запишем условие (8) с учетом дополнительной поправки:

$$M + K + D = 30. \quad (10)$$

Условие (10) позволяет получить новые значения четырех лунных дат года: 27 января, 26 февраля, 20 сентября и 18 ноября. Остальные восемь лунных дат, в том числе и главная лунная дата года, остаются без изменений.

Если в примере 4, приведенном в табл.3, учесть дополнительную поправку, то возраст Луны, вычисленный по формуле (9), совпадет с ее истинным возрастом, полученным из астрономических эфемерид.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты, полученные в данной работе:

1. Предложена формула, позволяющая аналитически вычислять лунное число в 19-летнем мезонном цикле.
2. Введено понятие лунных дат и сформулировано определение главной лунной даты года с целью быстрого нахождения лунного числа по истинному возрасту Луны, вычисленному из астрономических эфемерид.
3. Установлено, что существующая формула для вычисления возраста Луны является неточной. Предложено ввести дополнительную поправку за месяц к возрасту Луны, позволяющую повысить точность его вычисления для любой даты года.

1. *Климишин И.А.* Календарь и хронология. — М.: Наука, 1990. — 480 с.
2. *Куликовский П.Г.* Справочник любителя астрономии / Под ред. В.Г.Сурдина. — М.: УРСС, 2002. — 688 с.
3. *Селешников С.И.* История календаря и хронология. — М.: Наука, 1977. — 224 с.
4. Справочник капитана дальнего плавания / Под ред. Г.Г.Ермолаева. — М.: Транспорт, 1988. — 248 с.
5. *Mikhailchuk V.V.* Elaboration of the batch of the programs for celestial mechanics for the computation of the astronomical ephemeris // Odessa Astron. Publ. — 2001. — **14**. — P. 261–264.

Поступила в редакцию 13.07.2008