Вісник Астрономічної школи · Astronomical School's Report

ISSN 1607–2855

Том 5 · № 1–2 · 2004 С. 171 – 176

УДК 523.68

Учет вращения метеороида в физической теории метеоров

Г.Г. Новиков[1], П. Пецина[2], О.В. Соколов[1]

[1]Новгородский государственный университет, Великий Новгород
[2]Астрономический институт Чешской Академии наук, Ондржэйов, Чехия

Обсуждается роль вращения метеороида в физической теории метеоров.

ВРАХУВАННЯ ОБЕРТАННЯ МЕТЕОРОЇДА У ФІЗИЧНІЙ ТЕОРІЇ МЕТЕОРІВ, Новіков Г.Г., Пецина П., Соколов О.В. — Обговорюється роль обертання метеороїда у фізичній теорії метеорів.

CONSIDERATION OF METEOROID ROTATION IN PHYSICAL THEORY OF METEORS, by Novikov G.G., Petsina P., Sokolov O.V. — Role of meteoroid rotation in physical theory of meteors is discussed.

1. ВВЕДЕНИЕ

Интерес к изучению метеорных явлений представляется актуальным в трех направлениях: астрофизическом, прикладном и геофизическом. Существующая теория метеорных явлений, в среднем, удовлетворительным образом описывает данные фотографических и радиолокационных наблюдений. И, тем не менее, в настоящее время имеется достаточное количество наблюдаемых фактов, которые уже не укладываются в рамки существующей теории. Трудности, возникающие при интерпретации этих фактов, на наш взгляд, связаны с введением в теорию метеорных явлений целого ряда ограничений, к числу которых можно отнести неучет вращения метеороида.

Свечение и ионизация, создаваемая большинством метеорных тел, обусловлена соударениями испарившихся метеорных атомов и молекул с нейтральными молекулами воздуха. Если A — частица испарившегося метеорного вещества, а B — частица атмосферы, то эти два вида процессов могут быть записаны так:

$$\begin{aligned} A+B &\xrightarrow{\sigma_i} A^+ + B + e \\ A+B &\xrightarrow{\sigma_e} A + B + h\nu \end{aligned} \tag{1}$$

где σ_i, σ_e — соответственно эффективные сечения ионизации и возбуждения. Выход обеих этих реакций, очевидно, будет пропорционален скорости испарения метеорного вещества $\frac{dM}{dt}$ ($M \equiv M(t)$ — масса метеороида в произвольный момент времени t).

Согласно физической теории метеоров Левин [7], Лебединец [6], Бронштэн [3], Крамер, Шестака [4] для скорости испарения имеем уравнение:

$$\frac{dM}{dt} = \frac{-\Lambda \cdot S(t)\rho(t)V^3}{2Q}, \tag{2}$$

где Λ — коэффициент теплопередачи, Q — энергия испарения, V — скорость метеороида, ρ — плотность атмосферы в произвольной точке траектории полета

$$\rho = \rho_b \exp\left(\frac{t}{T}\right), \tag{3}$$

где

$$T = \frac{H}{V\cos Z_R} \tag{4}$$

(H — высота однородной атмосферы, Z_R — зенитный угол радианта метеора), $S=S(t)$ — площадь миделева сечения.

Уравнение свечения имеет вид:

$$I(t)=-\frac{\tau_\nu V^2}{2}\cdot\frac{dM}{dt}, \tag{5}$$

где τ_ν — коэффициент эффективности излучения метеора.

Найти закон изменения миделева сечения для метеороида, имеющего произвольную форму, момент импульса которого совершенно произвольным образом ориентирован по отношению к вектору его скорости, представляется затруднительным. В работе Новиков, Грейлих [8], а затем и Новиков, Иванов [9] было рассмотрено влияние вращения на вид кривых блеска и амплитудно-временные характеристики отраженного сигнала, при этом считалось, что метеороид имеет кубическую форму, ось вращения которого перпендикулярна вектору скорости метеороида, что конечно же нельзя считать удовлетворительным. В работе Бич [2] была предпринята попытка объяснить наблюдаемые пульсации блеска болида Иннисфри вращением метеороида, форма которого выбрана в виде эллипсоида вращения. Основной недостаток этой работы, на наш взгляд, заключается в том, что рассмотрен весьма частный случай ориентации оси вращения. Наконец, в указанной работе не приведено никаких математических обоснований в пользу выбранного выражения для миделевого сечения. В связи с тем, что в работах Новиков, Грейлих [8], Новиков, Иванов [9], Бич [2] рассмотрены весьма упрощенные модели, представляет значительный интерес решения задачи об учете вращения метеороида в более общей форме для вариантов, когда момент импульса вращающегося метеороида направлен произвольным образом по отношению к вектору его скорости. Ранее уже указывалось, что решить задачу о нахождении миделевого сечения для метеороида произвольной формы в настоящее время не представляется возможным. В связи с этим будет рассмотрена конкретная форма метеороида — трехосный эллипсоид, для которого будет найдено выражение для миделевого сечения, если момент импульса вращающегося метеороида направлен произвольным образом по отношению к вектору его скорости. Выбор такой формы обусловлен тем, что для нее, во-первых, возможно доведение решения математической задачи до конца, во-вторых, реальный метеороид неправильной формы можно приближенно представить в виде трехосного эллипсоида. Наконец подобная форма может представлять интерес для описания поведения астероидов, кометных ядер, межпланетных и межзвездных пылинок.

Задача состоит из двух частей, во-первых, нахождение миделевого сечения указанной формы метеороида, во-вторых, построение кривых блеска.

2. ВЫЧИСЛЕНИЕ МИДЕЛЕВОГО СЕЧЕНИЯ ТРЕХОСНОГО ЭЛЛИПСОИДА

Эллипсоид проецируется на плоскость касательными, направленными вдоль вектора нормали $\vec{n}$. Параметрическое уравнение касательной, проходящей через точку (x_0,y_0,z_0) поверхности эллипсоида, имеет вид:

$$\begin{cases} x=x_0+n_1\chi \\ y=y_0+n_2\chi \\ z=z_0+n_3\chi \end{cases} \tag{6}$$

(6) Здесь χ — параметр. Подставив x,y,z в уравнение поверхности эллипсоида

$$\frac{x^2}{l_1^2}+\frac{y^2}{l_2^2}+\frac{z^2}{l_3^2}=1 \tag{7}$$

(здесь l_1, l_2, l_3 — полуоси эллипсоида), получим уравнение для χ:

$$\left(\frac{x_0^2}{l_1^2}+\frac{y_0^2}{l_2^2}+\frac{z_0^2}{l_3^2}\right)+2\left(\frac{n_1}{l_1^2}x_0+\frac{n_2}{l_2^2}y_0+\frac{n_3}{l_3^2}z_0\right)\chi+\left(\frac{n_1^2}{l_1^2}+\frac{n_2^2}{l_2^2}+\frac{n_3^2}{l_3^2}\right)\chi^2=1. \tag{8}$$

Учитывая, что точка (x_0,y_0,z_0) принадлежит поверхности эллипсоида, ясно, что сумма в скобках слева будет равна единице. Так как мы имеем дело с касательной, то уравнение должно иметь единственный корень $\chi=0$. Поэтому должно быть

$$\frac{n_1}{l_1^2}x_0+\frac{n_2}{l_2^2}y_0+\frac{n_3}{l_3^2}z_0=0, \tag{9}$$

т.е. все точки касания принадлежат плоскости, вектор нормали которой имеет компоненты

$$k_1=\frac{n_1}{l_1^2}, \qquad k_2=\frac{n_2}{l_2^2}, \qquad k_3=\frac{n_3}{l_3^2} \tag{10}$$

Сечение эллипсоида этой плоскостью есть эллипс. Очевидно, что площадь миделева сечения будет равна площади проекции этого эллипса на плоскость с нормалью $\vec{n}$.

Возникла необходимость решить такую задачу: найти площадь сечения эллипсоида плоскостью, единичный вектор нормали которой имеет компоненты m_1, m_2, m_3.

$$m_1x+m_2y+m_3z=0 \tag{11}$$

— уравнение плоскости.

Выразим z из уравнения (11) и подставим в уравнение (7). Получившиеся два уравнения

$$z=-\frac{m_1x+m_2y}{m_3}, \tag{12}$$

$$\frac{x^2}{l_1^2}+\frac{y^2}{l_2^2}+\frac{1}{l_3^2}\left(\frac{m_1x+m_2y}{m_3}\right)^2=1 \tag{13}$$

задают границу сечения. Уравнение (13) вместе с условием $z=0$ задают границу проекции сечения на плоскость xOy. Раскрывая скобки и приводя подобные слагаемые, получаем

$$\left(\frac{1}{l_1^2}+\frac{m_1^2}{l_3^2\,m_3^2}\right)x^2+2\frac{m_1m_2}{l_3^2\,m_3^2}xy+\left(\frac{1}{l_2^2}+\frac{m_2^2}{l_3^2\,m_3^2}\right)y^2=1 \tag{14}$$

Этому уравнению второго порядка соответствует симметричная матрица

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} \tag{15}$$

которую можно привести к диагональному виду

$$\begin{pmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{pmatrix} \tag{16}$$

где q_1 и q_2 находятся из уравнения

$$q^2-I_1q+I_2=0 \tag{17}$$

I_1, I_2 — инварианты матрицы:

$$\begin{cases} I_1=c_{11}+c_{22} \\ I_2=\begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{vmatrix}=\dfrac{m_1^2\,l_1^2+m_2^2\,l_2^2+m_3^2\,l_3^2}{l_1^2\,l_2^2\,l_3^2\,m_3^2} \end{cases} \tag{18}$$

После диагонализации матрицы уравнение принимает вид:

$$q_1x^2+q_2y^2=1. \tag{19}$$

Это уравнение эллипса с полуосями $\frac{1}{\sqrt{q_1}}$, $\frac{1}{\sqrt{q_2}}$.

Известно, что

$$\begin{cases} q_1q_2=I_2 \\ q_1+q_2=I_1 \end{cases} \tag{20}$$

Поэтому площадь эллипса

$$S=\pi\frac{1}{\sqrt{q_1}}\frac{1}{\sqrt{q_2}}=\frac{\pi}{\sqrt{q_1q_2}}=\frac{\pi}{\sqrt{I_2}}=\frac{\pi l_1l_2l_3|m_3|}{\sqrt{m_1^2\,l_1^2+m_2^2\,l_2^2+m_3^2\,l_3^2}} \tag{21}$$

$$S_s=\frac{S}{|m_3|}=\frac{\pi l_1l_2l_3}{\sqrt{m_1^2\,l_1^2+m_2^2\,l_2^2+m_3^2\,l_3^2}} \tag{22}$$

Пусть

$$\vec{m}=\frac{\vec{k}}{k}, \tag{23}$$

тогда

$$S_s = \frac{\pi l_1 l_2 l_3 k}{\sqrt{k_1^2\, l_1^2 + k_2^2\, l_2^2 + k_3^2\, l_3^2}} \tag{24}$$

$$S_M = S_s \cos\beta \tag{25}$$

$$\cos\beta = \frac{\vec{k}\cdot\vec{n}}{k}, \tag{26}$$

где β — угол между плоскостью миделева сечения и плоскостью с нормалью $\vec{k}$.

Окончательно получаем

$$S_M = \pi\sqrt{l_2^2\, l_3^2\, n_1^2 + l_1^2\, l_3^2\, n_2^2 + l_1^2\, l_2^2\, n_3^2}. \tag{27}$$

Считая, что эллипсоид при испарении сохраняет свою форму, запишем

$$\begin{cases} l_1(t) = p_1 \cdot a(t) \\ l_2(t) = p_2 \cdot a(t) \\ l_3(t) = p_3 \cdot a(t) \end{cases} \tag{28}$$

где p_1, p_2, p_3 — начальные значения длин полуосей эллипсоида. Тогда площадь миделева сечения можно представить в виде:

$$S_M = a^2 f(t), \tag{29}$$

где

$$f(t) = \pi\sqrt{p_2^2\, p_3^2\, n_1^2 + p_1^2\, p_3^2\, n_2^2 + p_1^2\, p_2^2\, n_3^2}. \tag{30}$$

3. ПОСТРОЕНИЕ КРИВОЙ БЛЕСКА

Будем рассматривать вращение метеороида как свободное, пренебрегая трением. При свободном вращении метеороида и его испарении сохраняется направление момента импульса. Введем инерциальную систему отсчета $Oxyz$, связанную с центром инерции метеороида. Ось Oz направим по вектору момента импульса, а ось Ox в плоскости векторов момента импульса и скорости центра инерции так, чтобы проекция V_x была положительна. Также будем пользоваться системой отсчета $Ox_1x_2x_3$, жестко связанной с метеороидом, оси которой параллельны его осям симметрии. Положение системы $Ox_1x_2x_3$ относительно $Oxyz$ задается углами Эйлера θ, ψ, φ.

Орты системы $Oxyz$ выражаются через орты системы $Ox_1x_2x_3$ следующими формулами:

$$\begin{cases} \vec{e}_x = \vec{e}_1(\cos\varphi\cos\psi - \sin\varphi\cos\theta\sin\psi) + \vec{e}_2(-\cos\varphi\sin\psi - \sin\varphi\cos\theta\cos\psi) + \vec{e}_3\sin\varphi\sin\theta \\ \vec{e}_y = \vec{e}_1(\sin\varphi\cos\psi + \cos\varphi\cos\theta\sin\psi) + \vec{e}_2(-\sin\varphi\sin\psi + \cos\varphi\cos\theta\cos\psi) - \vec{e}_3\cos\varphi\sin\theta \\ \vec{e}_z = \vec{e}_1\sin\varphi\sin\psi + \vec{e}_2\sin\theta\cos\psi + \vec{e}_3\cos\theta \end{cases} \tag{31}$$

Компоненты вектора скорости центра инерции в системе $Oxyz$ выражаются через его величину V и угол между ним и вектором момента импульса α таким образом

$$\begin{cases} V_x = V\sin\alpha \\ V_y = 0 \\ V_z = V\cos\alpha \end{cases} \tag{32}$$

Введенный ранее вектор нормали $\vec{n} = \frac{\vec{V}}{V}$, а его компоненты, соответственно,

$$\begin{cases} n_1 = \sin\alpha(\cos\varphi\cos\psi - \sin\varphi\cos\theta\sin\psi) + \cos\alpha\sin\theta\sin\psi \\ n_2 = -\sin\alpha(\cos\varphi\sin\psi + \sin\varphi\cos\theta\cos\psi) + \cos\alpha\sin\theta\cos\psi \\ n_3 = \sin\alpha\sin\varphi\sin\theta + \cos\alpha\cos\theta \end{cases} \tag{33}$$

Главные моменты инерции трехосного эллипсоида:

$$I_1 = \frac{M}{5}(l_2^2 + l_3^2), \qquad I_2 = \frac{M}{5}(l_3^2 + l_1^2), \qquad I_3 = \frac{M}{5}(l_1^2 + l_2^2). \tag{34}$$

Следовательно, эйлеровы углы нужно найти, исходя из представления о трехосном эллипсоиде как асимметрическом волчке. Такая задача решена Ландау [5].

Площадь миделева сечения метеороида можно представить в виде

$$S_M = [a(t)]^2 \cdot f(t), \tag{35}$$

где $f(t)$ — уже найденная функция времени.

Масса метеороида

$$M(t) = M_0 \cdot [a(t)]^3, \tag{36}$$

где

$$M_0 = \frac{4}{3}\pi\delta p_1 p_2 p_3 \tag{37}$$

(δ — плотность метеороида).

Подставим формулы (3), (35) и (36) в формулу (2). После простейших преобразований получим:

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\Lambda V^3 \rho_b}{6QM_0} \exp\left(\frac{t}{T}\right) f(t) \tag{38}$$

Проинтегрировав по времени, имеем

$$a(t) = 1 - \frac{\Lambda V^3 \rho_b}{6QM_0} \int\limits_0^t \exp\left(\frac{\tau}{T}\right) f(\tau)\, d\tau \tag{39}$$

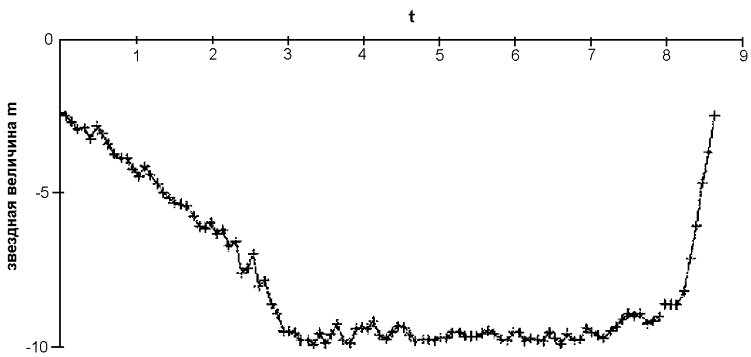

Рис. 1. Экспериментальная зависимость звездной величины метеора от времени

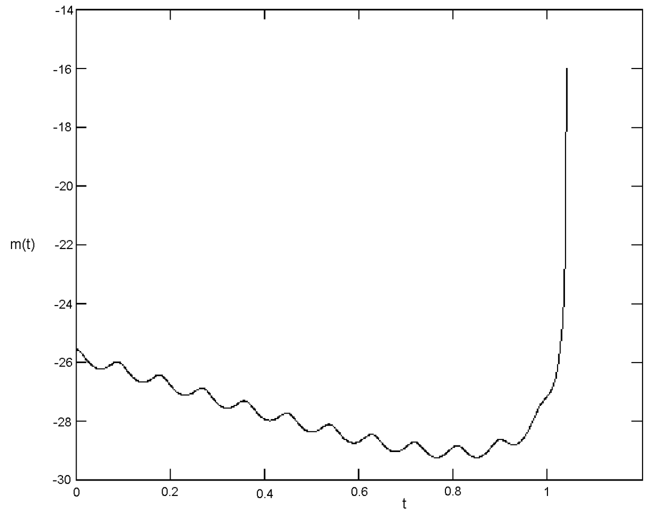

Рис. 2. Теоретическая зависимость звездной величины метеора от времени

Теперь мы можем получить формулу блеска

$$I(t) = \frac{\Lambda \tau_\nu \rho_b V^5}{4Q} [a(t)]^2 f(t) \exp\left(\frac{t}{T}\right). \qquad (40)$$

Для иллюстрации на рис. 1 изображена кривая блеска (эти данные были любезно предоставлены нам доктором Spurny). На рис. 2 приведена теоретически рассчитанная кривая блеска для метеороида, имеющего форму трехосного эллипсоида.

При построении теоретической кривой блеска выбирались следующие значения параметров: $\Lambda = 1$, $\delta = 3.5$ г/см^3, $Q = 8 \cdot 10^{10}$ эрг/г, $H = 6$ км, $V = 36$ км/сек, $\rho_b = 2.15$ г/см^3, $Z_R = 38°$, $M_0 = 14$ г, $\Omega = 35$ рад/с. Коэффициент эффективности излучения выбирался согласно модели В.Эпика, см. например, Лебединец [6]. Из приведенных рисунков видно, что результаты, полученные с помощью нашей теоретической модели, качественно удовлетворительно согласуются с наблюдениями.

1. *Babadzhanov P.B., Konovalova N.A.* On the light pulsation of bright gemenids according to photographic data // Publications of astronomical institute of Czechoslovak Academy of Sciences. Publication № 67. — 10th European regional astronomy meeting of the IAM, Praga, Czechoslovakia, August 24–29, 1987. Interplanetary matter / edited by Zdenek Ceplecha, Petr Pecina. — Proceedings 1987. — V. 2. — P. 189–193..
2. *Beech Martin* Meteoroid rotation and fireball flickering: a case study of the Innisfree fireball // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2001. — **326**. — P. 937–942.
3. *Бронштэн В.А.* Физика метеорных явлений. — М.: Наука, 1981. — 416 с.
4. *Крамер Е.Н., Шестака И.С.* Метеорная материя в атмосфере Земли и околосолнечном космическом пространстве. — М.: Наука. — 1983. — 184 с.
5. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика. — М: Наука, 1973. – 208 с.
6. *Лебединец В.Н.* Пыль в верхней атмосфере и космическом пространстве. Метеоры. — Л.: Гидрометеоиздат, 1980. — 246 с.
7. *Левин Б.Ю.* Физическая теория метеоров и метеорное вещество в Солнечной системе. — М.: Изд. АН СССР, 1956. — 294 с.
8. *Новиков Г.Г., Грейлих А.П.* О пульсациях блеска ярких метеоров // Деп. в ВИНИТИ 29.11.99, № 280 — B99.
9. *Новиков Г.Г., Иванов А.В.* Влияние вращения метеороида на вид амплитудно-временных и фазово-временных характеристик сигнала, отраженного от ионизированного метеорного следа недоуплотненного типа // Proceedings of the international astronomical conference “Forth Vsekhsvyatsky reading”, modern problem of physics of the Solar System. / ed. K.I.Churyumov. —- Kiev State University Press, 2001. — P. 179–186.

Поступила в редакцию 9.09.2004