

УДК 524.7

## Устойчивость самогравитирующей кольцевой газопылевой полосы в дифференциально вращающейся галактике\*

 В.А. Антонов<sup>1</sup>, О.А. Железняк<sup>2</sup>
<sup>1</sup> Главная астрономическая обсерватория РАН, Пулково

<sup>2</sup> Национальный авиационный университет, Киев

*Узкая кольцевая полоса межзвездной среды приближенно рассматривается как двумерная несжимаемая самогравитирующая жидкость с заданным дифференциальным течением. Кроме того, не учитывается неоднородность поверхностной плотности и кривизна кольца на расстояниях порядка его ширины. Исследуется в линейном приближении устойчивость такого кольцевого образования. Газопылевое кольцо подвержено двум видам неустойчивости: джинсовой на больших длинах волн и гидродинамической на малых. Эффект вращения галактики может устранить обе неустойчивости при подходящих значениях параметров.*

*СТІЙКІСТЬ САМОГРАВІТУЮЧОЇ КІЛЬЦЕВОЇ ГАЗОПИЛОВОЇ СМУГИ В ГАЛАКТИЦІ, ЯКА ОБЕРТАЄТЬСЯ ДИФФЕРЕНЦІЙНО, Антонов В.А., Железняк О.О. — Вузька кільцева смуга міжзоряного середовища приблизно розглядається як двовимірна нестислива самогравітуюча рідина з заданою диференціальною течією. Крім того, не враховується неоднорідність поверхневої густини та кривизна кільця на відстанях порядку його ширини. Досліджується в лінійному наближенні стійкість такого кільцевого утворення. Газопилоче кільце піддається двом видам нестійкості: джінсовій на великих довжинах хвиль та гідродинамічній на малих. Ефект обертання галактики може усунути обидві нестійкості при належних значеннях параметрів.*

*STABILITY OF THE SELF-GRAVITATING GAS-DUST LANE IN THE DIFFERENTIALLY ROTATING GALAXY, by Antonov V.A., Zheleznyak O.O. — Narrow ring lane of interstellar medium is considered as two-dimensional incompressible self-gravitating liquid with given differential flow. Variability of the surface density and the ring curvature at the distances of the order of its width are also ignored. The stability of such ring lane is investigated in linear approximation. The gas-dust ring has two types of instability: Jeans instability at long wavelength and hydrodynamic instability at short ones. The effect of galaxy rotation is found to be able to remove the both instabilities provided the approximate values of the parameters chosen.*

В разных задачах динамики галактик часто пользуются приближением двумерной гидродинамики. Это удобно в тех случаях, когда газопылевая составляющая галактики распределена тонким слоем вблизи ее экваториальной плоскости. До сих пор предпочитали рассматривать дискообразные структуры [2], однако они не исчерпывают все виды распределения газа в галактиках. Встречаются такие структуры, у которых ширина существенно меньше длины [1, 3]. Для изучения устойчивости таких образований нужен специальный анализ.

Рассмотрим простой пример. Пренебрегаем сжимаемостью газа и приписываем ему постоянную поверхностную плотность  $\sigma$ . Пусть газ занимает область в виде полосы  $|y| < h$ , а внутри полосы зададим дифференциальное течение  $u = ky$ ,  $v = 0$ . Гравитационное поле состоит из тяготения самой полосы и заданного поля окружающей галактики. В общей сложности потенциал определяется следующей формулой:

$$\Phi = \frac{1}{2}\Omega^2 x^2 + \varphi(y), \quad (1)$$

\* Впервые опубликована в Кин. физ. неб. тел. – 1989. – 5, № 4. – С. 81–87.

где  $\Omega$  – угловая скорость всей конфигурации. Член  $\frac{1}{2}\Omega^2 x^2$  необходим для того, чтобы тяготение галактики уравновесить центробежной силой. Эта модель пригодна для описания узкого газопылевого кольца. Такие кольца часто встречаются в галактиках [3]. Угловая скорость кольца в стационарном состоянии описывается функцией  $\Omega(r)$ . Если кольцо занимает область  $r_0 - h \leq r \leq r_0 + h$ , то мы отождествляем  $\Omega$  в формуле (1) с  $\Omega(r_0)$ , тогда оставшиеся различия значений  $\Omega(r)$  по ширине кольца дадут отмеченное дифференциальное течение. При этом систему координат  $x, y$  определяем локально: начало координат помещено на средней линии кольца, ось  $x$  направлена по трансверсали обратно вращению галактики, а ось  $y$  – по радиусу. Такое локальное описание применимо, когда ширина кольца и длина волны ожидаемого возмущения намного меньше  $r_0$ .

Поставим задачу об устойчивости кольца в линейном приближении. Запишем двумерные уравнения гидродинамики:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{1}{\sigma} \frac{\partial P}{\partial x} + 2\Omega v + \Omega^2 x; \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{1}{\sigma} \frac{\partial P}{\partial y} - 2\Omega u + \Omega^2 y;$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

Для динамически возможных возмущений сохраняется плотность вихря

$$\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = k. \quad (4)$$

Поэтому в возмущенном состоянии обе составляющие скорости можно выразить через одну вспомогательную функцию  $\psi$ :

$$u = ky + \frac{\partial \psi}{\partial x}; \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial y}. \quad (5)$$

В рассматриваемом линейном приближении значения функции  $\psi$  малы. Кроме того, из (3) ясно, что  $\psi$  удовлетворяет уравнению Лапласа и что можно ввести сопряженную гармоническую функцию  $\chi$ , для которой

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \chi}{\partial y}; \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = -\frac{\partial \chi}{\partial x}. \quad (6)$$

Подставим (5) в (2) и проведем линеаризацию. Видно, что получаемые два уравнения являются результатом дифференцирования по  $x$  и  $y$  одного и того же уравнения

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + ky \frac{\partial \psi}{\partial x} - (k - 2\Omega)\chi + \frac{\delta P}{\sigma} + \delta \Phi = 0. \quad (7)$$

Здесь  $\delta$  означает, что берется возмущение в той же точке плоскости.

Далее зададим искривление обеих границ. Ввиду однородных условий по  $x$  можно выделить одну гармонику с волновым числом  $\nu$  и частотой  $\omega$ . Тогда уравнение новых границ имеет вид

$$y = h + \delta y = h + \varepsilon \exp[i(\nu x + \omega t)];$$

$$y = -h + \delta y = -h + \varepsilon_1 \exp[i(\nu x + \omega t)].$$

На границах в том же линейном приближении  $v = \frac{\partial y}{\partial t} + u \frac{\partial y}{\partial x}$ . В частности, для верхней границы  $y = h$ :

$$-\frac{\partial \chi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} = i\omega \varepsilon \exp[i(\nu x + \omega t)] + i\nu \varepsilon kh \exp[i(\nu x + \omega t)],$$

откуда

$$\chi = -\varepsilon \left( \frac{\omega}{\nu} + kh \right) \exp[i(\nu x + \omega t)] \quad (8)$$

Совершенно аналогично для нижней границы

$$\chi = -\varepsilon_1 \left( \frac{\omega}{\nu} - kh \right) \exp[i(\nu x + \omega t)] \quad (9)$$

Гармоническая функция  $\chi$  полностью определяется граничными значениями и поэтому должна

иметь такой вид:

$$\chi = [A \exp(\nu y) + D \exp(-\nu y)] \exp[i(\nu x + \omega t)].$$

Несложное определение коэффициентов  $A$  и  $B$  приводит к

$$\chi = \left[ -\frac{\varepsilon(kh + u_0) + \varepsilon_1(u_0 - kh) \operatorname{ch} \nu y}{2} + \frac{\varepsilon_1(u_0 - kh) - \varepsilon(kh + u_0) \operatorname{sh} \nu y}{2} \frac{\operatorname{sh} \nu y}{\operatorname{sh} \nu h} \right] \exp[i(\nu x + \omega t)],$$

где  $u_0 = \omega/\nu$ . Соответственно

$$\psi = i \left[ \frac{\varepsilon(kh + u_0) + \varepsilon_1(u_0 - kh) \operatorname{sh} \nu y}{2} \frac{\operatorname{sh} \nu y}{\operatorname{ch} \nu h} - \frac{\varepsilon_1(u_0 - kh) - \varepsilon(kh + u_0) \operatorname{ch} \nu y}{2} \frac{\operatorname{ch} \nu y}{\operatorname{sh} \nu h} \right] \exp[i(\nu x + \omega t)]. \quad (10)$$

Для полного описания условий на границе надо еще учесть постоянство внешнего давления; поскольку сравниваем значение давления один раз на исходной, а другой раз на возмущенной границе, то получаем условие

$$\delta P + \left( \frac{\partial P}{\partial y} \right) \delta y = 0. \quad (11)$$

Невозмущенный градиент давления определяется из второго уравнения (2):

$$\frac{1}{\sigma} \frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} - 2\Omega ky + \Omega^2 y; \quad (12)$$

Комбинируя (11) с (7), находим

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + ky \frac{\partial \psi}{\partial x} - (k - 2\Omega)\chi + \delta_1 \Phi + (2\Omega k - \Omega^2)y \delta y = 0. \quad (13)$$

где  $\delta_1 \Phi = \delta \Phi + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \delta y$  аналогично (11) есть приращение гравитационного потенциала с учетом смещения граничной точки отсчета. Перейдем к определению  $\delta_1 \Phi$ . Это делается по-разному: в зависимости от того, определяется гравитационное поле только окружающей звездной системой или же надо принимать во внимание самогравитацию кольцевой газопылевой полосы.

Рассмотрим случай только внешнего поля. Необходимо конкретизировать вид функции  $\varphi(y)$  в (1). Достаточная общность получается, если взять

$$\Phi = \frac{\Omega^2}{2}(x^2 + \lambda y^2), \quad \lambda = \text{const}. \quad (14)$$

Действительно, мы все время имеем в виду кольца сравнительно малой ширины, и при более или менее плавном изменении  $\Phi$  в галактике члены порядка  $y^3$  и т.д. дадут в локальном смысле пренебрежимо малый вклад. Впрочем, даже при разных пространственных изменениях поля галактики формально можно обойтись одним параметром  $\lambda$ , понимая его как величину

$$\lambda = \frac{1}{2h\Omega^2} \left[ \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right]_{y=-h}^{y=+h} \quad (15)$$

Поскольку промежуточные значения  $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$  в дальнейших выкладках не используются.

Кратко остановимся на физическом значении параметра  $\lambda$ . В экваториальной плоскости однородного сфероида  $\lambda = 1$ , а в поле тяготения центральной точечной массы, как легко видеть,  $\lambda = -2$ , остальные модели в большинстве случаев занимают промежуточное положение. Неравенством  $\lambda < -3$  определяется область линдбладовской неустойчивости круговых орбит, и в ней, как можно заранее предвидеть, кольцо конечной ширины  $2h$  также неустойчиво. Наконец, случай  $\lambda > 1$  соответствует малореалистической ситуации увеличения угловой скорости с увеличением расстояния от центра галактики. Подставим (14) в (12), в силу того, что  $P > 0$ , находим ограничение

$$k > (1 - \lambda)\Omega/2. \quad (16)$$

Из (14) следует

$$\delta_1 \Phi = \Omega^2 \lambda y \delta y. \quad (17)$$

Подстановка в формулу (13) выражений (8)–(10), (14), (16), (17) дает после элементарных преобра-

зований

$$\begin{aligned}
& -(\omega + k\nu h) \left[ \varepsilon(kh + u_0) \operatorname{cth} 2\nu h - \frac{\varepsilon_1(u_0 - kh)}{\operatorname{sh} 2\nu h} \right] + \varepsilon(k - 2\Omega)(kh + u_0) + [2\Omega k - (1 - \lambda)\Omega^2]h\varepsilon = 0; \\
& -(\omega - k\nu h) \left[ \frac{\varepsilon(kh + u_0)}{\operatorname{sh} 2\nu h} - \varepsilon_1(u_0 - kh)\operatorname{cth} 2\nu h \right] + \varepsilon_1(k - 2\Omega)(u_0 - kh) + [2\Omega k - (1 - \lambda)\Omega^2]h\varepsilon_1 = 0.
\end{aligned}$$

Определитель этой линейной системы относительно  $\varepsilon$  и  $\varepsilon_1$  должен обращаться в нуль. Таким образом, получаем искомое дисперсионное уравнение без учета самогравитации

$$u_0^2(k - 2\Omega - 2k\alpha \operatorname{cth} 2\alpha)^2 - \{-\nu(k^2h^2 + u_0^2) \operatorname{cth} 2\alpha + h[k^2 - (1 - \lambda)\Omega^2]\}^2 + \frac{\nu^2(u_0^2 - k^2h^2)^2}{\operatorname{sh}^2 2\alpha} = 0, \quad (18)$$

где введено обозначение  $\alpha = \nu h$ . Пусть сначала значение  $\lambda < 1$ . Подставим в (18) конкретное значение  $u_0^2 = k^2h^2$  и получим

$$k^2h^2 \left[ -\Omega + \frac{(1 - \lambda)\Omega^2}{k} \right] \left[ 2k(1 - 2\alpha \operatorname{cth} 2\alpha) - 2\Omega - \frac{(1 - \lambda)\Omega^2}{k} \right],$$

а это положительная величина, так как  $z \operatorname{cth} z > 1$  при всех  $z > 0$  и выполнено условие (16). При  $u_0^2 = \pm\infty$  левая часть (18) положительна, так что она дважды меняет знак и оба корня вещественны, причем один из них лежит в интервале  $u_0^2 > k^2h^2$ . Для устойчивости, следовательно, необходимо и достаточно, чтобы другой корень также был положителен, а это эквивалентно положительности свободного члена в (18). Получаем условие устойчивости в виде  $\alpha > \alpha^*$ , где  $\alpha^*$  – корень уравнения

$$\alpha^* \operatorname{th} \alpha^* = 1 - \frac{(1 - \lambda)\Omega^2}{k^2}, \quad (19)$$

если правая часть (19) положительна. В противном случае, то есть при

$$k^2 < (1 - \lambda)\Omega^2, \quad (20)$$

зона неустойчивости вообще исчезает и газопылевое кольцо становится целиком устойчивым. Заметим, что при  $\lambda < -3$  условие (16) и (20) несовместимы, что означает наличие зоны неустойчивости по  $k$ . При  $\lambda > 1$  тоже всегда существует зона неустойчивости, но она занимает промежуточный интервал по  $\alpha$ , задаваемый соотношениями

$$\alpha \operatorname{cth} \alpha > 1 + \frac{(\lambda - 1)\Omega^2}{k^2} > \alpha \operatorname{th} \alpha,$$

как видно из анализа знака свободного члена (18). При  $\Omega = 0$  величина  $\alpha^* = 1.200$  как корень уравнения  $\alpha \operatorname{th} \alpha = 1$ .

Рассмотрим учет самогравитации кольцевой полосы. Несложный подсчет показывает, что в  $\frac{\partial\Phi}{\partial y}$  в (12) при учете самогравитации добавляется вклад

$$2G\sigma \ln \frac{h+y}{h-y} = 4G\sigma \left[ \frac{y}{h} + \frac{1}{3} \left( \frac{y}{h} \right)^3 + \dots \right],$$

в соответствии с чем область параметров  $\lambda, k$ , в которой  $P \geq 0$ , расширяется по сравнению с (16):

$$k > \frac{\Omega(1 - \lambda)}{2} - \frac{2G\sigma}{\Omega h}. \quad (21)$$

Кроме того, в  $\delta_1\Phi$  добавляется вклад от самогравитации, который рассчитываем следующим образом. На рис.1 проведены через точку  $p$  на расстоянии  $2h$  от нее прямые, параллельные исходным границам, для более удобного выделения невозмущенной части потенциала. Легко определяется, на какое расстояние выступают части новой притягивающей области за отмеченные границы (на рис.1 для наглядности положительные выступы заштрихованы). Расстояние  $ap$  в линейном приближении можно отождествить с его проекцией  $\Gamma$ ; тогда имеем  $pb = \sqrt{(ap)^2 + (ab)^2} = \Gamma^2 + 4h^2$  и  $\delta_1\Phi$  можно записать следующим образом:

$$\delta_1 \Phi = G\sigma \left\{ -\varepsilon \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\exp[i\nu(x+\Gamma)] - \exp(i\nu x)}{|\Gamma|} + \frac{\exp(i\nu x)}{\sqrt{\Gamma^2 + 4h^2}} \right) d\Gamma + \varepsilon_1 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[i\nu(x+\Gamma)]}{\sqrt{\Gamma^2 + 4h^2}} d\Gamma \right\} \exp(i\omega t). \quad (22)$$

После вычисления интегралов получим

$$\delta_1 \Phi = 2G\sigma [\varepsilon(C + \ln \alpha) + \varepsilon_1 K_0(2\alpha)] \{ \exp[i(\nu x + \omega t)] \}, \quad (23)$$

где  $C$  – постоянная Эйлера;  $K_0$  – функция Макдональда. Точно так же для нижней границы получаем

$$\delta_1 \Phi = -2G\sigma [\varepsilon_1(C + \ln \alpha) + \varepsilon K_0(2\alpha)]. \quad (24)$$

Совершенно аналогично выводу (18), но с учетом самогравитации согласно (23), (24) получаем дисперсионное уравнение более сложного вида:

$$u_0^2 (k - 2\Omega - 2k\alpha \operatorname{cth} 2\alpha)^2 - \{ h[k^2 - (1 - \lambda)\Omega^2] - \nu(k^2 h^2 + u_0^2) \operatorname{cth} 2\alpha + 2G\sigma(C + \ln \alpha) \}^2 + \left[ \frac{\nu(u_0^2 - k^2 h^2)}{\operatorname{sh} 2\alpha} + 2G\sigma K_0(2\alpha) \right]^2 = 0. \quad (25)$$

Рассмотрим сначала случай  $\Omega = 0$ , когда результаты анализа дисперсионного уравнения можно представить в сравнительно компактной форме. Если ввести такие обозначения:

$$A_1 = -\nu k^2 h^2 \operatorname{cth} 2\alpha + k^2 h + 2G\sigma(C + \ln \alpha);$$

$$B_1 = 2G\sigma K_0(2\alpha) - \frac{\nu k^2 h^2}{\operatorname{sh} 2\alpha};$$

$$D_1 = k - 2k\alpha \operatorname{cth} 2\alpha,$$

то (25) сводится к виду

$$(A_1^2 - \nu u_0^2 \operatorname{cth} 2\alpha)^2 - \left( B_1 + \frac{\nu u_0^2}{\operatorname{sh} 2\alpha} \right)^2 - D_1^2 u_0^2 = 0 \quad (26)$$

со старшим членом  $-\nu^2 u_0^4$  и свободным членом

$$A_1^2 - B_1^2 = (A_1 - B_1)(A_1 + B_1) = -k^4 h^2 f_I(\alpha, \beta) f_{II}(\alpha, \beta)$$

где введена безразмерная величина  $\beta = \frac{G\sigma}{k^2 h}$  и функции

$$\begin{aligned} f_I(\alpha, \beta) &= \alpha \operatorname{th} \alpha - 1 + 2\beta [K_0(2\alpha) - C - \ln \alpha]; \\ f_{II}(\alpha, \beta) &= 1 - \alpha \operatorname{cth} \alpha + 2\beta [K_0(2\alpha) + C + \ln \alpha]. \end{aligned} \quad (27)$$

Построим кривые  $f_I(\alpha, \beta) = 0$  и  $f_{II}(\alpha, \beta) = 0$  (рис.2). Для ясности отметим, что вблизи начала координат уравнение этих кривых асимптотически имеет вид

$$\beta \sim \frac{1}{4|\ln \alpha|} \quad (\text{I}); \quad \beta \sim \frac{1}{6|\ln \alpha|} \quad (\text{II}). \quad (28)$$

Как легко видеть из асимптотических формул для  $K_0(x)$ , при больших  $\alpha$  кривые I и II очень близко

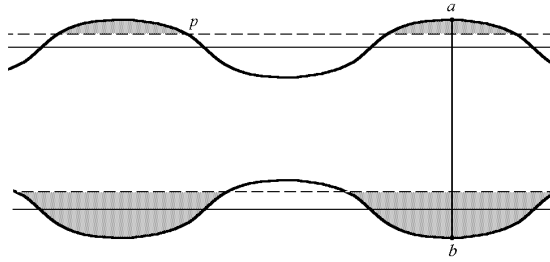


Рис. 1. Возмущенная самогравитирующая газопылевая полоса

подходят к одной и той же кривой  $\beta = \frac{\alpha}{2 \ln \alpha}$ . О физическом смысле критической точки  $\alpha = 1.2$  было уже сказано. Точки пересечения кривых I и II отсутствуют. Им бы соответствовали корни уравнения  $\eta(\alpha) = 0$ , где

$$\eta(\alpha) = \frac{K_0(2\alpha)}{\text{sh } 2\alpha} + (C + \ln \alpha)(\text{cth } 2\alpha - 2\alpha), \quad (29)$$

а таких корней при численном счете не обнаружено.

На рис.2 в заштрихованных областях заведомо осуществляется неустойчивость, поскольку по расположению кривых I и II видно, что в этих областях свободный член положителен и, стало быть, один из корней для  $u_0^2$  отрицателен. В незаштрихованных областях существует устойчивость, но для доказательства надо сначала определить знак дискриминанта. После несложных вычислений дискриминант с точностью до некоторого положительного коэффициента сводится к виду

$$\Delta = [m(\alpha)]^2 - \gamma_1 \eta(\alpha) + \gamma_1^2/4, \quad (30)$$

где введена положительная величина  $\gamma_1 = k^2 \frac{2\alpha \text{cth } 2\alpha - 1}{2G\sigma\nu}$  и еще одна функция

$$m(\alpha) = K_0(2\alpha) \text{cth } 2\alpha + \frac{C + \ln \alpha}{\text{sh } 2\alpha} \quad (31)$$

Выражение (30) легко преобразовать к виду

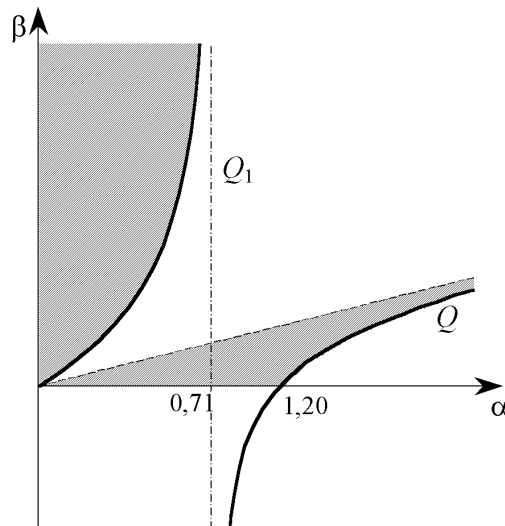
$$\Delta = [m(\alpha) - \gamma_1^2/2]^2 + \gamma_1[m(\alpha) - \eta(\alpha)]. \quad (32)$$

Рассмотрим знак разности

$$m(\alpha) - \eta(\alpha) = \frac{K_0(2\alpha) \text{sh } \alpha + (C + \ln \alpha)(-\text{sh } \alpha + 2\alpha \text{ch } \alpha)}{\text{ch } \alpha}. \quad (33)$$

Если  $\alpha \geq \exp(-C)$ , то числитель в (33) положителен ввиду  $K_0(2\alpha) > 0$  и  $\text{th } \alpha < \alpha < 2\alpha$ . Если же  $\alpha < \exp(-C)$ , то из известного разложения  $K_0(x)$  следует  $K_0(2\alpha) > -(C + \ln \alpha)I_0(2\alpha)$  и числитель (33) больше, чем  $(C + \ln \alpha)(-I_0(2\alpha) \text{sh } 2\alpha - \text{sh } \alpha + 2\alpha \text{ch } \alpha) > (C + \ln \alpha)[2\alpha \text{ch } \alpha - (2 + \alpha^2) \text{sh } \alpha]$ , а в правой части этого неравенства стоит положительное произведение, поскольку второй сомножитель обращается в нуль при  $\alpha = 0$  и имеет всюду отрицательную производную  $-\alpha^2 \text{ch } \alpha$ . Поэтому везде  $m(\alpha) - \eta(\alpha) > 0$  и  $\Delta > 0$ .

Итак, корни для  $u_0^2$  всегда вещественны. Так как они обращаются в нуль только на изображен-



**Рис. 2.** Графическое изображение функций:  $f_I(\alpha, \beta)$  – сплошная линия;  $f_{II}(\alpha, \beta)$  – штриховая

ных кривых, то внутри образующихся областей знаки корней и характер устойчивости измениться не могут. Для наружной области  $Q$  из соображений непрерывности следует, что остается в силе заключение об устойчивости, выведенное выше при  $G\sigma = 0$ . Для промежуточной области  $Q_1$  типичным можно считать случай  $k \rightarrow 0$ ,  $\alpha > 0.7$ , где оба корня  $u_0^2 > 0$ , что соответствует устойчивости в этой зоне газопылевой кольцевой полосы.

Остается сказать несколько слов о случае  $\Omega \neq 0$ . Асимптотика кривой II при малых  $\alpha$  и заданных  $\Omega/k$  и  $\lambda$  при этом качественно изменяется и приобретает вид

$$\beta \sim \frac{(1-\lambda^2)(\Omega/k)^2}{2\alpha^2 |\ln \alpha|}, \quad (34)$$

то есть кривая загибается вверх вблизи оси ординат. В результате добавляется еще одна узкая зона устойчивости при малых  $\alpha$ . В наличии такой неустойчивости на длинных волнах можно непосредственно убедиться, оставив в (25) главные члены, то есть

$$-\nu^2 u_0^4 + \Omega^2(3+\lambda)u_0^2 + 4G\sigma h(1-\lambda)\Omega^2 \ln \alpha = 0. \quad (35)$$

Видно, что при малых  $\alpha$  оба корня положительны, кроме уже упомянутых случаев  $\lambda > 1$  и  $\lambda < -3$ .

Таким образом, кольцо при достаточно естественных условиях не подвержено неустойчивости Джинса на больших длинах волн. Это явления аналогично стабилизации тонкого плоского диска вращением [4].

Отметим еще противоречивое влияние самогравитации на гидродинамическую неустойчивость. Действительно, из рис.2 следует, что с увеличением  $G\sigma$  коротковолновая граница неустойчивости смещается в сторону больших  $\alpha$ , но вместе с тем появляется промежуточная зона устойчивости: неустойчивости Джинса и гидродинамическая как бы конкурируют и исключают друг друга. Интересно, что при относительно большом вкладе самогравитации (но без вращения) гидродинамическая неустойчивость сосредотачивается в узкой области по  $\alpha$ , имеющей, по-видимому, резонансную природу.

Авторы выражают благодарность участникам Ленинградского семинара по звездной динамике за обсуждение работы.

1. *Воронцов-Вельяминов Б.А.* Внегалактическая астрономия. – М.: Наука, 1978. – 480 с.
2. *Поляченко В.Л., Фридман А.М.* Равновесие и устойчивость гравитирующих систем. – М.: Наука, 1976. – 447 с.
3. *Kormendy J.* A morphological survey of bar, lens, and ring component in galaxies: secular evolution in galaxy structure // *Astrophys. J.* – 1979. – **227**, № 2. – P. 714–728.
4. *Toomre A.* On the gravitational stability of a disk of stars // *Ibid.* – 1964. – **139**, № 4. – P. 1217–1238.

**Комментарий.** Для различных вытянутых гравитирующих структур анализ их устойчивости по отношению к возмущениям, создающими те или иные продольные неоднородности, встречаемся в общем-то с большими трудностями, чем в случае чисто поперечных возмущений. Удовлетворительное аналитическое исследование подобных задач удается, начиная с классических работ Чандрасекара, только при довольно существенной идеализации. Так и в данной статье идеализирующее предположение состоит в несжимаемости слоя межзвездной среды. Принципиального различия между действием неустойчивости Джинса в сжимаемой и несжимаемой полосе конечной ширины мы все же не видим, хотя, естественно, сжимаемость усиливает эту неустойчивость. Гидродинамическую же неустойчивость, в смысле настоящей статьи, можно приравнять так называемой шланговой неустойчивости. Общность физического механизма состоит в наличии, в потоке конечной ширины, близко соседствующих или взаимопроникающих струй с резко различными продольными скоростями. Так и в данном случае эта неустойчивость, согласно хотя бы (20), возможна только при  $k \neq 0$ . Во избежание недоразумений, подчеркнем, что  $k$  представляет собой плотность дополнительного вихря, наложенного на твердотельное вращение (причем для сжимаемой среды в левую часть (4) войдет добавка, зависящая от плотности среды). Неустойчивость Джинса и шланговая обладают совсем разной физической природой. Они и в других известных примерах проявляют тенденцию ко взаимному исключению.

Поступила в редакцию 16.12.2002