Вісник Астрономічної школи / Astronomical School's Report

ISSN 1607–2855

Том 2 • № 1 • 2001 С. 45 – 54

УДК 530.12; 524.152

Релятивістська стадія еволюції зірок

В.І. Жданов

Астрономічна обсерваторія Київського національного університету

Розглянуто основи фізики компактних астрофізичних об'єктів, у розумінні яких першочергову роль відіграє загальна теорія відносності. Передусім, йдеться про пульсари й чорні діри. Викладено базові фізичні ідеї, що зараз можна вважати добре перевіреними у ході численних спостережних та теоретичних досліджень, обговорено також деякі проблемні питання.

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ СТАДИЯ ЭВОЛЮЦИИ ЗВЕЗД, Жданов В.И. – Рассмотрены основы физики компактных астрофизических объектов, таких, как пульсары и черные дыры, в понимании которых первоочередную роль играет общая теория относительности. Изложены базовые физические идеи, которые сейчас можно считать хорошо проверенными в многочисленных наблюдательных и теоретических исследованиях, также обсуждаются некоторые проблемные вопросы.

RELATIVISTIC STAGE OF STELLAR EVOLUTION, by Zhdanov V.I. – Foundations of compact astrophysical object physics (such as black holes and pulsars) are reviewed with special attention to effects of General Relativity. Basic physical thoughts are presented that may be considered as well justified; some modern problems are also touched upon.

1. ЗАГАЛЬНА ТЕОРІЯ ВІДНОСНОСТІ (ЗТВ) І КІНЦЕВІ СТАДІЇ ЕВОЛЮЦІЇ ЗІРОК

При розгляді холодних зірок, коли температурними внесками у тиск можна знехтувати, виникає чимало задач, де врахування ЗТВ відіграє суттєву, якщо не першорядну роль. Безрозмірним параметром, що дає порядок ефектів ЗТВ у випадку маси M з розміром R, є

$$\mu = \frac{r_g}{R}, \quad r_g = \frac{2GM}{c^2}.$$

Для $M = M_\odot$ маємо $r_g = 3$ км, тому ефекти ЗТВ для зірки з такою масою будуть істотними, коли ця зірка має радіус не більше десятків кілометрів. Саме таким є радіус нейтронних зірок! Коли ж маса більше за критичну межу $(3\div5)\,M_\odot$ (див. далі) і зірка колапсує, застосування ньютонівської теорії неможливе навіть на якісному рівні. В цьому разі класичний та загальнорелятивістский розгляд приводять до принципово різних наслідків.

Забігаючи вперед, відзначимо ще одне співпадання. Характерною величиною для критичної маси статичної холодної зірки, вище якої вона не може існувати, є

$$M_{cr} = \frac{1}{m_p^2}\left(\frac{c\hbar}{G}\right)^{3/2} \approx 1.9 M_\odot. \tag{1.1}$$

де m_p – маса нуклона. В цій рівності, з одного боку, маємо критичну масу, яка побудована з фундаментальних констант і визначається за допомогою квантової теорії – про що свідчить наявність сталої Планка. З іншого боку фігурує маса Сонця, яку можна вважати одиницею виміру маси у світі зірок. Відношення $M_{cr}/M_\odot \sim 1$ варте подиву в астрофізиці, яка має справу з дуже великими або дуже малими числами.

1.1. Граничні маси білих карликів та нейтронних зірок: елементарний розгляд

Рівняння стану речовини у різних областях холодної зірки досить складне. Однак за великих значень тиску, типових для внутрішніх областей, основний внесок у тиск можна отримати за допомогою співвідношень для виродженого ідеального фермі-газу. Вперше модель виродженого електронного газу для пояснення природи білих карликів була використана Р.Фаулером (Fowler, 1926). Чандрасекар (Chandrasekhar, 1931) розрахував будову білого карлика з врахуванням тиску виродженого електронного газу і з'ясував, що маса білого карлика не може перевищувати 1.2 $M_{\odot}$. Ландау (1932) дав елементарне пояснення чандрасекарівської границі, яке пізніше було використано для оцінки граничної маси нейтронних зірок.

Розглянемо, за Ландау, просту модель холодної зірки, яка ілюструє якісні особливості задачі. Вважатимемо, що зірка не обертається, а основний внесок у тиск забезпечують електрони, що при нульовій температурі $T = 0$ та досить великій густині речовини ρ утворюють вироджений фермі-газ. Взаємодією електронів між собою та з ядрами, а також реакціями, що можуть впливати на число ферміонів, нехтуємо.

За умови $T = 0$ ферміони щільно заповнюють усі можливі стани з імпульсами, меншими за абсолютною величиною деякого максимального значення p_F (імпульс Фермі). Імпульс Фермі входить у вираз для об'ємної густини фермі-частинок $n = p_f^3/(\pi^2\hbar^3)$, де враховано, що кількість спінових станів електрона дорівнює 2. Основний внесок у густину маси дають нуклони в ядрах: $\rho \approx \mu m_p n$, де μ – кількість нуклонів на один ферміон, m_p – маса протона. Звідси, нехтуючи, для грубої оцінки, просторовим розподілом речовини всередині зірки радіуса R та маси M, маємо

$$p_f = \frac{\hbar}{R}\left(\frac{9\pi M}{4\mu m_p}\right)^{1/3},$$

і для повної енергії фермі-газу маємо

$$E_f \sim \frac{cM}{\mu m_p}\left[\frac{\hbar^2}{R^2}\left(\frac{9\pi M}{4\mu m_p}\right)^{2/3} + m_f^2 c^2\right]^{1/2}.$$

Якщо додати енергію гравітаційної взаємодії $E_g \sim -\dfrac{GM^2}{2R}$, легко бачити, що умова існування мінімуму повної енергії $E = E_f + E_g$ співпадає з умовою додатності асимптотики за $R \to 0$:

$$E \sim \left[\frac{c\hbar}{\mu m_p}\left(\frac{9\pi M}{4\mu m_p}\right)^{1/3} - \frac{GM}{2}\right]\frac{M}{R}.$$

Коли цей знак додатній, існує положення стійкої рівноваги системи. Звідси маса холодної зірки має задовольняти умові

$$M < \frac{3\sqrt{\pi/2}}{\mu^2} M_{cr}.$$

Коли температура зірки, яка вичерпала ядерне пальне, падає, вона починає стискатися і характерний розмір R зірки зменшується. За великих значень густини середня кінетична енергія електронів $E_{kf} \sim (p_f)^2/(2m_e)$ значно перевищує енергію електростатичної взаємодії електронів з ядрами і ця нерівність підсилюється із зростанням густини електронів. Це виправдовує застосування моделі виродженого ідеального фермі-газу. Якщо маса холодної зірки менша за вказану граничну величину, сили тиску здатні припинити подальше зменшення R; у противному разі стиснення продовжується.

Але із зростанням імпульсу Фермі стає істотним обернений β-розпад $p + e^- \to n + \nu$, тобто стає невірним основне припущення про незмінність числа електронів. Коли густина речовини стає порядка ядерної, основну масу зірки складають нейтрони, що також є ферміонами. В цьому разі можна знов повторити наведені вище оцінки про існування граничної маси, поклавши $\mu = 1$. Важливо відзначити, що маса ферміона не входить в M_{cr}, тому маємо ту ж саму за порядком величину граничної маси як для білих карликів, так і для нейтронної зірки. Таким чином, для великої маси зірки (більше декількох $M_{\odot}$) стиснення невідверте.

Зрозуміло, що наведені міркування є досить грубими. Обертання зірок може внести суттєві корективи у граничну масу. Важливим є врахування ефектів фізики елементарних часток при побудові реалістичного рівняння стану за надвисоких густин. Опис за допомогою ньютонівського гравітаційного потенціалу при розгляді асимптотичної поведінки колапсуючої зірки є непридатним. Але, незважаючи на ці зауваження, виявляється, що основні риси наведеного якісного розгляду зберігаються і в більш точній теорії.

1.2. Спостереження чорних дір та нейтронних зірок

Зупинимось на спостережних властивостях пульсарів та чорних дір зоряної маси, обминаючи дуже широкий напрямок, що стосується надмасивних чорних дір у квазарах та активних ядрах галактик. Спостережні дані про чорні діри можливо отримати лише за наявності оточення. Зараз існує декілька кандидатів у чорні діри зоряної маси, які є рентгенівськими джерелами у подвійних системах. Серед них найбільш хрестоматійним є рентгенівське джерело Cyg X-1 (Лебідь X-1). Зсув спектральних ліній, що періодично змінюється, дає змогу оцінити параметри траєкторії звичайної зірки–компаньона (у випадку Cyg X-1 це спектрально-подвійна зірка 9-ї зоряної величини; орбітальний період системи 5.6 днів). В подвійній системі виникає рентгенівське випромінювання внаслідок акреції речовини, що перетікає на невидимий компонент (див., напр. Dove et al., 1997, та посилання). Поляриметричні вимірювання дозволяють уточнити нахилення орбіти і дати оцінку маси невидимого компонента $>5M_{\odot}$ (Dolan, 1992), яка дозволяє вважати невидимий об'єкт чорною дірою (зауважимо, однак, що сам Долан (1992) вважає цей висновок неостаточним).

Резюмуємо основні ознаки, за якими рентгенівське джерело у подвійній системі можна вважати чорною дірою.

- Відсутність випромінювання дозволяє застосовувати теорію холодних зірок. У разі подвійної системи звичайних зірок спектральні лінії розділяються; відсутність розділення ліній у спектрально–подвійній системі є ознакою невидимого компаньона.
- Дані про рух компаньона у подвійній системі дають оцінку маси невидимого об*єкта. Якщо вона перевищує граничне значення для білих карликів та нейтроних зірок, для холодної зірки залишається єдина можливість – це чорна діра.
- Характерна довжина сплесків рентгенівського випромінювання дає змогу оцінити розміри об'єкта. Необхідною ознакою є відсутність періодичностей, типових для нейтронної зірки-пульсара у випромінюванні.
- На відміну від кандидатів у чорні діри, кількість яких невелика (що може вносити сумніви в їх інтерпретацію), нейтронних зірок – пульсарів відкрито досить багато. Основні аргументи, що виключають інші об'єкти, окрім нейтронних зірок, в якості пульсарів, такі.
- Періоди повторення імпульсів від пульсарів дуже стабільні, але повільно збільшуються із часом. Єдиним відомим механізмом, що узгоджується із спостережними характеристиками імпульсів, може бути лише обертання компактного тіла, що повільно спадає завдяки електромагнітному випромінюванню.
- Дуже короткі періоди повторення імпульсів – від мілісекунд–свідчать про велику кутову швидкість, яку не може витримати білий карлик (розміри ~103 км). З іншого боку, про малі розміри джерела свідчить і мала тривалість імпульсів.

Пульсари спостерігаються як у вигляді ізольованих джерел радіо- та оптичного випромінювання, так і в подвійних системах, де акреція речовини є причиною приводить до появи рентгенівського випромінювання. Важливою ознакою рентгенівських пульсарів є наявність періодичності у випромінюванні, що відрізняє їх від кандидатів у чорні діри.

2. ЕЛЕМЕНТИ ЗАГАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ

2.1. Аксіоматика ЗТВ

В цьому розділі буде подано вихідні рівняння, що використовуються для розгляду релятивістьких зірок з урахуванням ЗТВ. Є чимало доступних підручників, які можна рекомендувати для опанування основ релятивістської теорії тяжіння (див., наприклад, огляд бібліографії в посібнику: Жданов, 1996).

Релятивістська теорія тяжіння має принципове значення для розуміння будови релятивістських зірок; вона істотно впливає на такі параметри, як критична маса нейтронної зірки, мінімальний період обертання пульсара, випромінювання при акреції на компактні об'єкти тощо. Тому треба мати цілковиту впевненість щодо наслідків ЗТВ за наявності потужніх – у релятивістському розумінні – полів. Теорія добре перевірена лише в слабких гравітаційних полях, але нестачу прямих перевірок в сильних полях компенсує зростання точності гравітаційно-релятивістських експериментів в Сонячній системі плюс ретельний аналіз внутрішньої будови ЗТВ (Will, 1993; 2001; Уилл, 1985). Разом з тим подвійні системи, в яких одним з компонентів є пульсар, дає можливості для деяких перевірок ЗТВ в сильних полях (Уилл, 1985; Will, 1993; Taylor et al., 1992; Taylor, 1993; Wolszczan, 1994). Зокрема, тривалі спостереження пульсара PSR 1913+16, відкритого Халсом і Тейлором (Hulse & Taylor, 1974), дали змогу перевірити факт існування гравітаційного випромінювання непрямим чином, за спостереженнями зміни орбітального періоду. Варіації моментів приходу радіоімпульсів від пульсара дозволяють визначити параметри орбіти з точністю, достатньою для перевірки радіаційного ефекту у русі $\sim(v/c)^5$. Рівень співпадіння передбачень ЗТВ для зміни орбітального періоду PSR 1913+16 складає 10^{-3} за відносною похибкою вимірювань (Taylor at al., 1992; Taylor, 1993). Огляд теоретичних дискусій, пов*язаних з розрахунками цих ефектів можна знайти в монографіях: Бичак & Руденко (1987), Пирагас и др. (1995).

Приділимо увагу основним вихідним положенням ЗТВ. Ця теорія, створена чисто індуктивним шляхом, зараз спирається на численні порівняння з іншими теоріями тяжіння, результати яких свідчать на користь ЗТВ. Узагальнення результатів експериментальних тестів та аналізу будови ЗТВ дає змогу подати основи теорії у вигляді невеликої кількості аксіом.

Незалежність фізичних ефектів від системи відліку виражає постулат коваріантності: *Рівняння фізичних полів можна записати в тензорному вигляді без введення додаткових об'єктів, що описують виділену систему координат.*

Наступний постулат стосується зв'язку властивостей простору-часу з гравітаційною взаємодією. Нехай $x^\mu, x^\mu + dx^\mu$ – сусідні близькі точки на траєкторії спостерігача або деякого фізичного тіла малого розміру; ($\mu = 0, 1, 2, 3$; $x^0 = ct$). В ЗТВ має місце формула для *інтервалу власного часу* $d\tau$, *що вимірює годинник спостерігача між цими точками*

$$d\tau = \frac{1}{c} dS, \quad \text{де } dS^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \tag{2.1}$$

Ця формула узагальнює відповідне співвідношення СТВ. Величину dS^2, що визначена формулою (2.1), називають квадратом інтервалу. Сукупність величин $g_{\mu\nu}$ в усіх координатних системах утворює двічи коваріантне тензорне поле метричного тензора. Якщо зафіксувати будь-яку точку, за допомогою координатних перетворень можна *в цій точці* звести $g_{\mu\nu}$ до тензора Мінковського $\eta_{\mu\nu}$. Таким чином множина подій ЗТВ є 4-вимірний ріманів многовид з метричним тензором $g_{\mu\nu}$ компоненти якого входять в формулу (2.1) для квадрата інтервалу. *Необхідною та достатньою ознакою присутності ненульового гравітаційного поля, яке описує метричний тензор* $g_{\mu\nu}$, *є відмінність від нуля тензора кривизни Рімана* $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$.

Гравітаційне поле проявляє себе через взаємодію з іншими полями. Шлях до теоретичного опису цієї взаємодії та спостережних величин вказує *ейнштейнівський принцип еквівалентності.* Розглянемо спостереження в лабораторії, розміри якої досить малі. Припустимо, що на лабораторію зовні не діють ніякі сили, окрім гравітаційних, тобто вона вільно рухається в гравітаційному полі. За ейнштейнівським принципом еквівалентності, всередині такої лабораторії діють закони СТВ. Для конкретизації цього твердження введемо локально–лоренцову (у точці) систему координат.

Нехай задана точка $m \in M$. Система координат називається *лоренцовою у точці m*, якщо в цій системі у цій точці $g_{\mu\nu}(m) = \eta_{\mu\nu}$, причому $\partial_\alpha g_{\mu\nu}(m) = 0$. Для різних точок многовиду відповідні їм локально–лоренцові системи координат є різними.

Постулат локальної лоренцовості. Нехай m – будь-яка точка многовиду подій M. Розглянемо лоренцову в m систему координат. У цій системі всі рівняння для локальних фізичних величин у точці m збігаються з відповідними співвідношеннями спеціальної теорії відносності.

Відзначимо, що цей постулат спирається на експериментальні перевірки слабкого принципу еквівалентності та грунтовний теоретичний аналіз його зв'язку з ейнштейнівським принципом еквівалентності (Will, 1993; 2001; Уилл, 1985).

2.2. Базові рівняння фізичних полів

Постулати коваріантності та локальної лоренцовості *однозначно* визначають усі співвідношення для локальних полів у викривленому просторі. Тут ми вважаємо, що локальні співвідношення – це такі, що означені у точці польовими функціями та їх похідними не вище першого порядку. Відповідно, називатимемо локальними поля чи величини, які можна повністю описати локальними співвідношеннями.

Електромагнітне поле в цьому розумінні є локальним, оскільки *рівняння Максвелла* містять лише перші похідні від тензора електромагнітного поля $F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu}$:

$$F^{\mu\nu}{}_{;\nu} = -\frac{4\pi}{c} J^{\mu}, \quad F_{\alpha\beta\,;\gamma} + F_{\gamma\alpha\,;\beta} + F_{\beta\gamma\,;\nu} = 0 \tag{2.2}$$

де $\{J^{\mu}\}$ – 4-вектор густини струму, крапка з комою означає коваріантну похідну. Якщо в деякій точці перейти в локально-лоренцову систему, ці рівняння перейдуть в рівняння спеціальної теорії відносності. Тим самим рівняння (2.2), (2.3) визначені однозначно, оскільки тензорні величини однозначно визначаються своїми компонентами в деякій системі. Зауважимо, що рівняння містять лише напруженості полів, які є спостережними величинами – на відміну від потенціалів, для яких маємо рівняння другого порядку.

Рівняння руху зарядів, у згоді з принципом локальної лоренцовості, є

$$\frac{du^{\mu}}{ds} = \frac{e}{mc^2} F^{\mu}{}_{\nu} u^{\nu},$$

де $s = c\tau$, τ – власний час вздовж світової лінії частинки $dx^{\mu}(s)$, $u^{\mu} = dx^{\mu}/ds$ 4-швидкість частинки.

Аналогічним чином вводяться *рівняння гідродинаміки за відсутності дисипативних ефектів*, які випливають з коваріантного закону збереження

$$T^{\mu\nu}{}_{;\nu} = 0, \quad \text{де } T^{\mu\nu} = \left(pc^2 + \varepsilon\right) u^{\mu} u^{\nu} - p g^{\mu\nu}, \tag{2.3}$$

ε– густина енергії середовища, p – тиск, що в загальному випадку є функцією двох термодинамічних параметрів; $u^{\mu} = dx^{\mu}/ds$ – ейлерова 4-швидкість. Гідродинамічний опис можливий за умови локальної ізотропії та локальної термодинамічної рівноваги, причому рівняння руху треба доповнити рівнянням стану та незалежним рівнянням для ще одного термодинамічного параметра, наприклад, законом збереження баріонного числа з густиною n: $p = p(\varepsilon, n)$, $\left(nu^{\mu}\right)_{;\mu} = 0$.

Рівняння (2.3) повністю визначають гладкі гідродинамічні течії. Маючи рівняння стану, можна перейти до інших термодинамічних змінних за допомогою другого закону термодинаміки $TdS = d(\varepsilon/n) + p\, d(1/n)$, де S– питома ентропія на один баріон. Звідси, з рівнянь (2.3) та збереження баріонного числа випливає збереження ентропії в неперервній течії $S_{;\mu} u^{\mu} = 0$. У в'язких, а також у розривних течіях ентропія зростає.

Запишемо для повноти також *рівняння магнітної гідродинаміки* за відсутності дисипативних ефектів у випадку нескінченної провідності. В цьому разі електричне поле в локальній системі елементу середовища дорівнює нулеві і тензор $F_{\mu\nu}$ можна звести до вектора магнітного поля $h^{\mu} = -\frac{1}{2} e^{\mu\alpha\beta\gamma} F_{\alpha\beta} u_{\gamma}$,

$e^{\mu\alpha\beta\gamma}$ – символ Леві-Чівіта. Рівняння руху в цьому разі також випливають з закону збереження з тензором енергії-імпульсу

$$T^{\mu\nu} = \left(p^* + \varepsilon^*\right) u^\mu u^\nu - p^* g^{\mu\nu} - \frac{1}{4\pi} h^\mu h^\nu , \tag{2.4}$$

$$p^* = pc^2 + \tfrac{1}{8\pi}|h|^2 , \quad \varepsilon^* = \varepsilon + \tfrac{1}{8\pi}|h|^2 , \quad |h|^2 = -h^\alpha h_\alpha > 0 .$$

Рівняння магнітної гідродинаміки розглядають разом із рівняннями Максвелла (2.2) що зводяться в до $\left(u^\mu h^\nu - u^\nu h^\mu\right)_{;\mu} = 0$.

Рівняння гідродинаміки, записані у формі (2.3), були б неповними без співвідношень на розривах, що природнім чином виникають у гідродинамічних ідеальних течіях та описують ударні хвилі. Вони відіграють важливу роль у процесах, що супроводжують народження релятивістських зірок. Співвідношення на розривах мають вигляд законів збереження енергії–імпульсу та баріонного числа $[T^{\mu\nu} N_\nu] = 0$, $[nu^\nu N_\nu] = 0$, де N_ν–нормаль до гіперповерхні розриву, а квадратні дужки означають різницю величин з різних боків цієї гіперповерхні: $[A] = A_1 - A_2$. Критерієм існування ударних хвиль тут є умова зростання ентропії на розривах. В магнітній гідродинаміці сюди додають співвідношення для магнітного поля на гіперповерхні розриву $[(u^\mu h^\nu - u^\nu h^\mu) N_\nu] = 0$. Детальний аналіз властивостей релятивістських ударних хвиль можна знайти у книзі Ліхнеровича (Lichnerowicz, 1967); див. також (Лихнерович, 1982). Стандартний розгляд розривних течій суттєво спирається на умову випуклості адіабат Пуассона $S = \mathrm{const}$ (Ландау&Лифшиц, 1982, 1986; Lichnerowicz, 1967; Лихнерович, 1982). Для загальних рівнянь стану в області надвисоких густин умова випуклості може порушуватися, особливо в околі фазових переходів. Як свідчать приклади з класичної гідродинаміки (Рождественский & Яненко, 1978), умова зростання ентропії в цьому разі є недостатньою для коректного розгляду існування ударної хвилі. Критерії існування релятивістських ударних хвиль з загальним рівнянням стану отримано з умови існування неперервного профілю в методі малої в'язкості (Бугаев и др., 1989; Bugaev et al., 1988; 1989). Цей підход поширюється і на релятивістські магнітогідродинамічні ударні хвилі з тензором енергії–імпульсу (2.4) (Zhdanov & Tytarenko 1997; Жданов & Титаренко, 1998).

Попередні співвідношення цього підрозділу є спільними для усіх метричних теорій тяжіння. Різні метричні теорії відрізняють *рівняння гравітаційного поля*, тобто рівняння для $g_{\mu\nu}$. В ЗТВ ці рівняння можна отримати з принципу найменшої дії, запропонованого Гільбертом, вимагаючи, щоб під-інтегральний вираз для дії був інваріантною комбінацією польових функцій і щоб рівняння поля були лінійними за другими похідними. Якщо дія не містить додаткових польових функцій, окрім $g_{\mu\nu}$, *рівняння визначаються практично однозначно – з точністю до двох констант*. Одна – це константа гравітаційної взаємодії, що фіксується ньютонівською границею, друга – космологічна стала, що визначається з спостережних даних позагалактичної астрономії (Perlmuter et al., 1998; 1999; Garnavach et al., 1998; Riess et al., 1998). Слід відзначити, що нещодавнє визначення космологічної сталої підсилило інтерес до можливих модифікацій теорії. Зокрема, розглядаються варіанти, коли ця стала є наслідком введення деякого скалярного поля ("квінтесенції"), що модифікує гравітаційну взаємодію. Але це стосується космологічних масштабів, на багато порядків більших, ніж розміри будь-яких астрофізичних об'єктів; оскільки космологічна стала несуттєва для розгляду зірок, далі її не враховуємо. З принципу стаціонарної дії випливають рівняння гравітаційного поля Ейнштейна

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g^{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T^{\mu\nu} , \quad R_{\mu\nu} = R^\alpha{}_{\mu\alpha\nu} \tag{2.5}$$

2.3. Проблеми

Рівняння Ейнштейна (2.5) можна записати у формі рівнянь гіперболічного типу, з яких випливають стандартні ефекти випромінювання, такі, як загаювання взаємодій, наявність хвильової зони, енергетичні втрати тощо. Гравітаційне випромінювання найбільш суттєве у системах, де провідну роль відіграють саме релятивістські зірки. Серед можливих джерел випромінювання відзначимо рух подвійних зірок, обертання несферичних зірок, а також катаклізмічні явища типа колапсу та зіткнення зірок. На реєстрацію подій від таких джерел націлені детектори гравітаційних хвиль, що створюються з розрахунку на амплітуду збурень метрики $\sim 10^{-21} \div 10^{-22}$. Теоретичне вивчення таких явищ потребує розв'язання сумісної системи (2.3)–(2.5); причому у порівнянні з ньютонівським описом врахування ЗТВ вносить значні корективи в параметри динамічних процесів, що виникають при колапсі зірок (див., напр., De Nisco et al., 1998). На цей час немає послідовного розуміння, як утворюється ударні хвилі, що приводять до спалахів наднових (Имшенник & Попов, 1998; Burrows, 1998). Як зараз з'ясовано, механізми формування ударної хвилі повинні мати справу з несферичними розв'язками, вони потребують складних багатовимірних гідродинамічних розрахунків (Burrows, 1998). Спостереження вимагають пояснення цілого списка явищ та фактів, що стосуються як умов формування вибуху, якому передує колапс зірки, так і характеристик релятивістських зірок та речовини, що їх оточує, що виникають після цього вибуху (Burrows, 1996).

Ще більш дискусійними є питання про причину гамма–спалахів (Castro-Tirado, 1999; Piran, 2001). Гамма-спалахи, відкриті на початку 70-х років, зараз регулярно реєструються за допомогою супутникових спостережень і привертають дуже велику увагу. Як ілюстрацію наукової активності в останні роки можна відзначити, що у певні періоди основним джерелом новин у цій сфері було листування електронною поштою, не очікуючи звичайних публікацій. Гамма-спалахи є найбільш яскравими і найбільш релятивістськими процесами у Всесвіті. Енергія, що вивільняється протягом такого спалаху, порівняна із енергією наднової (Jimenez et al., 2001); причиною такого явища може бути, зокрема, колапс зірок або зіткнення релятивістських зірок. Не виключено, що у механізмі утворення гамма-спалахів є чимало спільних елементів із спалахами наднових, причому в обох випадках мають працювати не один, а декілька механізмів формування ударної хвилі в процесі колапсу.

3. ЧОРНІ ДІРИ ТА ХОЛОДНІ ЗІРКИ

3.1. Розв'язок Керра

Чорні діри – відносно прості астрофізичні об'єкти: їх можна описати за допомогою лише рівнянь Ейнштейна без залучення рівнянь гідродинаміки та не дуже певних даних про рівняння стану. Теорія чорних дір розроблена досить докладно і добре відбита в монографічній літературі; необхідні відомості можна знайти в монографії Чандрасекара (1986). Тут ми лише конспективно перелічимо найбільш важливі наслідки численних досліджень.

Єдиним розв'язком рівнянь Ейнштейна, який описує асимптотичний стан зірки, що колапсує, з масою M та моментом обертання J, є розв'язок Керра (Kerr, 1963)

$$dS^2 = \left(1 - \frac{r_g r}{\rho^2}\right)(dt)^2 - \frac{\rho^2}{\Delta}(dr)^2 - \rho^2 (d\theta)^2 + \frac{2ar_g r}{\rho^2}(\sin\theta)^2 dt\, d\varphi - \left(r^2 + a^2 + \frac{r_g r a^2}{\rho^2}(\sin\theta)^2\right)(\sin\theta\, d\varphi)^2,$$

де $a = J/M$, $r_g = 2GM/c^2$, $\rho^2 = r^2 + a^2\cos\theta$, $\Delta = r^2 - r_g r + a^2$; тут прийнято, що система має нульовий електричний заряд; метрику записано в координатах Бойера–Ліндквіста (Boyer & Lindquist, 1967).

За умови $a < GM/c^2$ поверхня

$$r = R_h(\theta),\ R_h(\theta) = \frac{r_g}{2} + \sqrt{\frac{r_g^2}{4} - a^2},$$

є горизонтом подій віддаленого спостерігача. Це означає, що не існує часоподібних або ізотропних геодезичних, що виходять з-під цієї поверхні назовні, іншими словами, спостерігач не може отримати жодних фізичних сигналів з області $r \le R_h(\theta)$.

Строго кажучи, вивчення колапсу з точки зору віддаленого спостерігача не зачіпає області під горизонтом "у чистому вигляді". За годинником зовнішнього спостерігача речовина зірки *завжди* покриває горизонт; зовнішня границя зірки з часом прямує до горизонту, але ніколи його не досягає. Однак починаючи з деякого моменту сигнали від колапсуючої речовини практично не здатні досягнути зовнішніх областей.

За $a < GM/c^2$ сингулярність $r = 0$ не спостерігається і не може впливати на процеси зовні горизонту. Цей наслідок має принципове значення: сингулярність породжує неприємності для будь-якої теорії, оскільки це, як правило, пов'язане з певною її непридатністю робити передбачення.

Для $a > GM/c^2$ горизонту немає і маємо "голу" сінгулярність. Час колапсу у сингулярність може бути скінченним і виникає питання, а що ж буде далі? За відсутності горизонту час руху сигналів від голої сингулярності до будь–якої точки також може бути скінченним, тобто сингулярність може непередбачувано впливати на області, віддалені від неї. Щоб обійти ці та подібні до них утруднення, Р.Пенроуз (Penrose, 1969) висунув "гіпотезу космічної цензури", за якою виникнення голих сингулярностей неможливе, якщо вони не існували раніше. Аналіз конкретних ситуацій нібито підтверджує гіпотезу Пенроуза, але досить загального доведення досі немає і це важливе питання залишається відкритим.

Метрика Керра є стійкою границею розв'язків рівнянь Ейнштейна в тому розумінні, що малі збурення цього розв'язку спадають з часом до нуля, за винятком тих, що описують рух чорної діри або зміну її кутового моменту як цілого. Рівняння, що описують лінеаризовані збурення метрики Керра, допускають розділення змінних, після чого вони зводяться звичайних диференціальних рівнянь Тьюкольського (Teukolsky, 1972; див. також: Teukolsky, 1973; Press & Teukolsky, 1973; Teukolsky & Press, 1974). Чудово, що рівняння електромагнітного поля і поля безмасових нейтріно зводяться до аналогічних рівнянь, що відрізняються лише значенням спінового параметра.

За допомогою рівнянь Тьюкольського можна розраховувати характеристики гравітаційного випромінювання, що виникають після утворення чорної діри і несуть інформацію про її масу та кутовий момент. Як очікується, це випромінювання можна буде спостерігати за допомогою детекторів нового покоління, що розробляються зараз у декількох наукових центрах. Спостереження гравітаційних хвиль, що виникають при колапсі зірок, є однією із найважливіших задач гравітаційно-хвильової астрономії, що народжується.

3.2. Максимальні маси холодних зірок

Розрахунки на основі рівняння рівноваги для білих карликів дають границю Чандрасекара

$$M_{Ch} \approx \frac{\sqrt{3\pi}}{\mu^2} M_{cr} \approx \frac{5.7}{\mu^2} M_{\odot},$$

де M_{cr} визначено в (1.1), що складає $1.2 M_{\odot}$ у випадку заліза ($\mu = 56/26$). Врахування ефектів нейтронізації речовини для різного хімічного складу зірки може впливати на цю оцінку в межах 10–20 % (Hamada, Salpeter, 1961).

Перші розрахунки нейтронних зірок (Oppenheimer, Volkoff, 1939) дали максимальне значення маси $M_{n,\max} < M_{\odot}$. Пізніші оцінки для різних моделей рівняння стану дали $M < M_{n,\max} \approx 3.6\, M_{\odot}$ (Cameron, 1970; Rhoades, Ruffini, 1974; Nauenberg & Chapline, 1973). Ситуацію ускладнює недостатнє знання сильних взаємодій за густин матерії порядка ядерних. Тут важливо врахування фізичних умов як в центрі холодної зірки, так і зовні надгустого ядра. Для отримання максимальної граничної маси, в центральних областях використовують *максимально жорстке* рівняння стану $P = P_0 + (\rho - \rho_0)c^2$ для густин, більших за $\rho_0 \sim 5 \cdot 10^{15}$ г/см^3. Якщо в цій області припустити *нескінченно жорстке* рівняння стану $\rho \equiv \rho_0$ (що вже протирічить вимогам теорії відносності), тоді $M_{n,\max} \sim 5\, M_{\odot}$ (Hartle & Sabbadini, 1977).

Вплив обертання зірки на граничну масу може бути дуже суттєвим. Врахування енергії обертання $\sim J^2/MR^2$ в формулі (1.3) для загальної енергії якісно змінює поведінку за $R \to 0$ і може збільшити оцінку маси білих карликів до декількох M_{Ch}. Очевидно, це залежить від величини допустимої швидкості обертання. Спостереження не підтверджують наявність білих карликів за досить великих кутових швидкостей. Це може бути наслідком ефектів нестійкості, пов'язаних із зміною форми гравітуючої маси, що обертається, втратами енергії на гравітаційне випромінювання, впливом дисипації при диференціальному обертанні зірки, а також відтоком речовини з екватора.

Навпаки, пульсари, що є нейтронними зірками і мають значно менші розміри, швидко обертаються. Теоретичні розрахунки, з яких можна оцінити граничну швидкість обертання та максимальну масу, в цьому разі ще більше ускладнюються в зв'язку з необхідністю загальнорелятивістської постановки задачі; тут ще залишається широке поле для досліджень. Однак оцінки для реалістичного рівняння стану не змінюють суттєво величину $M_{n,max}$ і дають значення мінімального періоду обертання 0.4 мс (Stergioulas, 2000). Магнітне поле, в принципі, може впливати на оцінку маси, але поля величиною $<10^{13}$ гс, що спостерігаються в реальних пульсарах, виявляються для цього несуттєвими.

Можна виділити два основних етапи дослідженні нейтронних зірок, що обертаються: дослідження стійких рівноважних конфігурацій і вивчення динамічних процесів, що супроводжують їх утворення, на основі системи рівнянь (2.3)–(2.5). Якщо у разі чорних дир маємо аналітичний розв'язок Керра для чорної дири, що обертається, то розв'язання сумісної системи рівнянь ЗТВ і гідродинаміки вимагає чисельних методів (див.: Stergioulas, 2000; Nozawa et al., 1998, де можна знайти порівняння різних чисельних схем та необхідні посилання). Значним ускладненням у вивченні динаміки, як і при визначенні граничної маси стаціонарних надгустих зірок, є відсутність надійних даних про поведінку речовини за густин, більших за ядерну ($\sim 10^{14}$ г/см^3). Рівняння стану, що тут використовуються, подаються у вигляді таблиць; винятком є незначна кількість число аналітичних рівнянь стану, що використовуються для якісних досліджень та для порівняння результатів різних комп'ютерних обчислень.

Дослідження стійкості отриманої конфігурації пов'язане з вивченням лінеарізованої системи рівнянь для збурень відносно рівноважного стану, що випливає з (2.3)–(2.5). Якщо йдеться про досить великі проміжки часу, можна обмежитися збуреннями аксіально–симетричних стаціонарних розв'язків. Неаксіально-симетрична конфігурація, що обертається, є нестійкою в зв'язку з втратами енергії на гравітаційне випромінювання. Але нестійкі конфігурації також заслуговують на увагу – в залежності від характерного часу існування, оскільки вони можуть описувати новоутворені нейтронні зірки, які ще не релаксували до рівноважного стану. Значні перспективи мають дослідження гравітаційного випромінювання при утворенні нейтронних зірок, яке несе інформацію про надгусті надра таких зірок (Stergioulas, 1998). Окремий напрямок складають дослідження процесів утворення релятивістських зірок в результаті колапсу. Співставлення з спостережними даними свідчить про необхідність вивчення несферичного колапсу з урахуванням обертання, нестійкостей та можливої фрагментації системи (див., напр., Имшенник, 1992; Имшенник & Попов, 1998; Burrows, 1998 та бібліографію у цих статтях). Порівняння спостережних даних про періоди обертання та маси пульсарів з розрахунками для різних рівнянь стану дозволить відбраковувати рівняння стану, що дають неадекватні граничні значення цих параметрів. Спектр частот коливань, що виникають після колапсу та утворення нейтронної зірки, несе інформацію про її внутрішню структуру.

ВИСНОВКИ

Можна вважати добре обгрунтованим твердження, що максимальна маса "реалістичної" холодної зірки не може перевищувати $3\,M_\odot$. Менш жорстка "абсолютна" оцінка максимальної маси білого карлика чи нейтронної зірки складає приблизно $5\,M_\odot$. Існуюча загальна думка полягає у тому, що рентгенівські джерела у подвійних системах з масою, більше за вказану межу, мають бути колапсарами – чорними дірами, причому альтернативні пояснення таких об'єктів вважаються непевними або набагато більш екзотичними. Маси звичайних, гарячих, зірок можуть бути значно більшими, тому після використання ядерного пального вони або перетворюються на чорні діри, або повинні існувати ефективні механізми зменшення маси шляхом відтоку речовини або вибухових процесів.

Ефекти ЗТВ вносять суттєві корективи в розрахунки надгустих зірок. Однак треба мати на увазі, що в теоретичні результати входять невідомі параметри, що відбивають розподіл речовини, швидкості тощо. Можна сподіватися, що реєстрація гравітаційних хвиль значно поліпшить розуміння фізичних умов і процесів, що супроводжують утворення нейтронних зірок і чорних дір.

1. *Бичак И., Руденко В.Н.* Гравитационные волны и проблема их обнаружения. – М.: Изд-во МГУ, 1987. – 264 с.
2. *Бугаев К.А., Горенштейн М.И., Жданов В.И.*, Теор. мат. физика. – 1989. – **80**. – С.138.
3. *Вейнберг С.* Гравитация и космология. – М.: Мир, 1975. – 696 с.
4. *Жданов В.І.* Вступ до релятивістської теорії тяжіння. – К.: ІЗМН, 1996. – 120 с.
5. *Жданов В.И., Титаренко П.В.*, ЖЭТФ. – 1998. – **114**. – С.881
6. *Зельдович Я.Б., Новиков И.Д.* Теория тяготения и эволюция звезд. – М.: Наука, 1971. – 484 с.
7. *Имшенник В.С.*, Письма в АЖ. – 1992. – т.18. – С.489.
8. *Имшенник В.С., Попов Д.В.*, Письма в АЖ. – 1998. – т.24. – С.251.
9. *Ландау Л.Д.*, Phys. Z. Sowjetunion. – 1932. – **1**. – P.285.
10. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1982. – 620 с.
11. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. – М.: Наука, 1986. – 736 с.
12. *Лихнерович А.* Теория относительности и математическая физика. Астрофизика, кванты и теория относительности // Под ред. Ф.И.Федорова. – М: Мир, 1982. – С.129–214.
13. *Пирагас К.А., Жданов В.И., Александров А.Н., Кудря Ю.Н., Пирагас Л.Е.* Качественные и аналитические методы в релятивистской динамике. – М.: Энергоатомиздат, 1995. – 446 с.
14. *Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н.* Системы квазилинейных уравнений. – М.: Наука, 1978. – 688 с.
15. *Уилл К.* Теория и эксперимент в гравитационной физике. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 296 с.
16. *Чандрасекар С.* Эллипсоидальные фигуры вращения. – М.: Мир, 1973.
17. *Чандрасекар С.* Математическая теория черных дыр. Т.1–2. – М.: Мир, 1986.
18. *Шапиро С., Тюколски С.* Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды. Т.1–2. – М.: Мир, 1985.
19. *Bugaev K.A., Gorenstein M.I., Zhdanov V.I.*, Zeit. Phys. C. – 1988. – **39**. – P.365.
20. *Bugaev K.A., Gorenstein M.I., Kampfer B., Zhdanov V.I.*, Phys. Rev. D. – 1989. – **40**. – P.2903.
21. *Burrows A.* // Proc. 9th workshop on Nuclear Astrophysics. Eds. W.Hillebrandt, E.Muller. Garching bei Munchen: Max-Planck-Inst. Astrophys. – 1998. – P.76.
22. *Burrows A.*, Nucl. Phys. – 1996. – **A606**. – P.151.
23. *Boyer R.H., Lindquist R.W.*, J. Math. Phys. – 1967. – **19**. – P.265.
24. *Cameron A.G.W.*, Ann. Rev. Astron. Astrophys. – 1970. – **8**. – P.179.
25. *Castro-Tirado A.J.*, Astro-ph /9903187, 1999.
26. *Chandrasekhar S.*, Astrophys. J. – 1931. – **74**. – P.81.
27. *de Nisco K.R., Bruenn S.W., Mezzacappa A.*, Proc. 2 Oak Ridge Symp. Atomic and Nucl. Astrophys. Ed. A.Mezzacappa. – 1998. – P.571.
28. *Dove J.B., Maisack M., Begelman M.C.*, Astrophys. J. – 1997. – **487**. – P.7.
29. *Dolan J.F.*, Astrophys. J. – 1992. – **384**. – P.249.
30. *Fowler R.H.*, MNRAS. – 1926. – **87**. – P.114.
31. *Jimenez R., Band D., Piran T.* Astro-ph/0103258, 2001.
32. *Hartle J.B., Sabbadini A.G.*, Astrophys. J. – 1977. – **213**. – P.831
33. *Hulse R.A., Taylor J.H.*, Astrophys. J. Lett. – 1975. – **195**. – L51.
34. *Kerr R.P.*, Phys. Rev. Lett. – 1963. – **11**. – P.237.
35. *Lichnerowicz A.* Relativistic Hydrodynamics and Magnetohydrodynamics. – Benjamin, N.Y., 1967. – 198 p.
36. *Nauenberg M., Chapline G.*, Astrophys. J. – 1973. – **179**. – P.277.
37. *Nozawa T., Stergioulas N., Gourgoulhon E., Eriguchi Y.*, Astron. Astrophys. Suppl. Ser. – 1998. – **132**. – P.431.
38. *Oppenheimer, Volkoff,* Phys. Rev. – 1934. – **55**. – P.374
39. *Hamada T., Salpeter E.E.*, Astrophys. J. – 1961. – **134**. – P.683.
40. *Penrose R.*, Riv. Nuovo Cimento. – 1969. – **1**. – P.252.
41. *Perlmuter S., Aldering G., Della Valle M., et al.*, Nature. – 1998. – **391**. – P.51.
42. *Perlmuter S., Aldering G., Goldhaber G., et al.*, Astrophys. J. – 1999. – **517**. – P.565
43. *Garnavach P.M., Kirshner R.P., Challis P., et al.*, Astrophys. J. Lett. – 1998. – **493**. – L53.
44. *Riess P.M., Philipenko A.V., Challis P., et al.*, Astron. J. – 1998. – **116**. – P.1009.
45. *Rhoades C.E., Ruffini R.*, Phys. Rev.Lett. – 1974. – **32**. – P.324.
46. *Stergioulas N.* Rotating Stars in Relativity. Living Rev. Rel. – 1998. – **1**. – P.1. (http://www.livingreviews.org/Articles/Volume1/1998-8stergio)
47. *Taylor J.H.*, Class. Quant. Gravity. – 1993. – **10**. – P.S167. (Supplement 1993)
48. *Taylor J.H., Wolszczan A., Damour T., Weisberg J.H.*, Nature. – 1992. – **355**. – P.132.
49. *Teukolsky S.A.*, Phys. Rev. Lett. – 1972. – **29**. – P.1114.
50. *Teukolsky S.A.*, Astrophys. J. – 1973. – **185**. – P.635.
51. *Press W.H., Teukolsky S.A.*, Astrophys. J. – 1973. – **185**. – P.649.
52. *Teukolsky S.A., Press W.H.*, Astrophys. J. – 1974. – **193**. – P.443.
53. *Will C.M.* Theory and Experiment in Gravitational Physics. – Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1993.
54. *Will C.M.*, Living Rev. Rel. – 2001. – **4**. – P.1.
55. *Wolszczan A.*, Class. Quant. Gravity. – 1994. – **11**. – P.A227.
56. *Zhdanov V.I., Tytarenko P.V.*, Phys. Lett. A. – 1997. – **235**. – P.71.

Надійшла до редакції 29.06.2001