Вісник Астрономічної школи | Astronomical School's Report

Том 1 • № 1 • 2000 С. 79 – 81

УДК 528.223

Про розв'язування спеціальної оберненої гравіметричної задачі.

Г.Р. Білоган

Державний університет "Львівська політехніка", Україна

Отримано ряд замкнутих виразів, що дозволяє обчислити полярне стиснення при фіксованому значенні великої піввісі на підставі гравіметричних даних для локального регіону методологічно строго.

О РЕШЕНИИ СПЕЦИАЛЬНОЙ ОБРАТНОЙ ГРАВИМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ, Билоган Г.Р. – Получен ряд замкнутых выражений, позволяющий вычислить полярное сжатие при фиксированном значении большой полуоси на основании гравиметрических данных для локального региона методологически строго.

ON SOLUTION OF THE SPECIAL INVERSE GRAVIMETRIC PROBLEM, by Bilogan H.R. – The closed expressions, permites to compute of the polar flattening, while the big semiaxis is constant have been obtained. This problem on the basic of the gravimetric data for the local region have been tested.

В роботі розвинутий ряд досить відомих досліджень по вибору найбільш вигідного алгоритму з точки зору як точності отриманих результатів, так і стійкості, який вирішує задачу визначення параметрів земного (референцного) еліпсоїда. В якості вихідної пропонується дискретна гравіметрична та інша геофізична інформація. Така обернена задача названа тут "спеціальною" на відміну від добре відомої оберненої гравітаційної задачі [3].

Метою роботи є визначення полярного стиснення для локального регіону при фіксованому значенні великої піввісі. Практично обчислювалось не саме значення стиснення, а так звана поправка, яка представляє різницю стиснень деяких двох еліпсоїдів. Щоб знайти параметри деякого еліпсоїда E необхідно мати відомий еліпсоїд $\bar{E}$. Як відомий використаємо загальний земний еліпсоїд GRS-80 із визначеними параметрами [4].

Запишемо формулу для значення нормальної сили ваги, яка дає зв'язок між силою ваги і полярним стисненням. Воно виражається строгою формулою Сомільяна нормального розподілу сили ваги на поверхні рівневого еліпсоїда [2]:

$$\gamma = \frac{a \cdot \gamma_e \cdot \cos^2 B + b \cdot \gamma_p \cdot \sin^2 B}{\sqrt{a^2 \cdot \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}}, \tag{1}$$

де a – велика піввісь еліпсоїда; b – мала піввісь еліпсоїда; γ_e – значення сили ваги на екваторі; γ_p – значення сили ваги на полюсі; B – геодезична широта.

Формулу (1) можна записати також ще у формі [4]:

$$\gamma = \frac{1 + k \cdot \sin^2 B}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 B}} \tag{2}$$

де e^2 – перший ексцентриситет, а k :

$$k = \frac{b \cdot \gamma_p}{a \cdot \gamma_e} - 1. \tag{3}$$

Такий вигляд формули (1) є більш зручним для практичного обчислення.

Як видно, формула (2) представляє залежність нормального розподілу сили ваги γ на еліпсоїді від наступних параметрів: великої та малої піввісей еліпсоїда, значення сили ваги на екваторі, значення сили ваги на полюсі, ексцентриситету. В свою чергу ці параметри зв'язані із значенням геометричного стиснення Землі α співвідношеннями, які будуть приведені нижче. Зазначені співвідношення були прийняті на XVII Генеральній Асамблеї Міжнародного Союзу Геодезії та Геофізики і на теперішній час є загальноприйнятими.

Для подальшого запишемо нормальне значення сили ваги на екваторі та нормальне значення сили ваги на полюсі [4]:

$$\gamma_e = \frac{GM}{a \cdot b}\left(1 - m - \frac{m}{6}\frac{e' q_0'}{q_0}\right), \tag{4}$$

$$\gamma_p = \frac{GM}{a^2}\left(1 + \frac{m}{3}\frac{e' q_0'}{q_0}\right), \tag{5}$$

де e' – другий ексцентриситет:

$$e' = \frac{\sqrt{\alpha(2 - \alpha)}}{(1 - \alpha)}; \tag{6}$$

q_0 та q_0' – коефіцієнти, які обчислюються за формулами:

$$2q_0 = \left(1 + \frac{3}{e'^2}\right)\operatorname{arctg} e' - \frac{3}{e'}, \tag{7}$$

$$q_0' = 3\left(1 + \frac{1}{e'^2}\right)\left(1 - \frac{1}{e'}\operatorname{arctg} e'\right) - 1; \tag{8}$$

m визначається співвідношенням:

$$m = \frac{\omega^2 \cdot a^2 \cdot b}{GM}, \tag{9}$$

$GM = 3986\,005 \cdot 10^8\, m^3 s^{-2}$ – геоцентрична гравітаційна стала Землі,

$\omega = 7292\,115 \cdot 10^{-11}\, rad\ s^{-1}$ – кутова швидкість Землі.

Отже, підставивши спочатку формулу (3), а потім (4) – (9) у формулу (2), отримаємо формулу залежності значення нормальної сили ваги тільки від полярного стиснення, яка власне і використовується у подальших обчисленнях:

$$\gamma = \gamma(\alpha).$$

Для розрахунків використовувались аномалії сили ваги як різниця між виміряними та нормальними значеннями сили ваги:

$$\Delta g = g - \gamma.$$

За наведеними вище формулами складено алгоритм знаходження полярного стиснення для певної території. Поправка $\Delta\alpha$ обчислювалась за методом найменших квадратів [1]. Складаються рівняння для кожного окремого визначення сили ваги. Отримана система параметричних рівнянь розв'язується під умовою мінімуму суми квадратів залишкових аномалій сили ваги δg, тобто

$$\Sigma\delta g^2 = \min .$$

Алгоритм реалізує ітераційне уточнення α. Саме тому попередньо були виконані дослідження для знаходження інтервалу збіжності такого ітераційного процесу. При цьому, як можливі теоретичні граничні значення α використовувались $\alpha = 0$ (в цьому випадку фігурою Землі є сфера) та $\alpha = 1$ (Земля у формі плоского диску). Для цих теоретичних значень знайдено таке число ε, при якому на проміжку від $\alpha = 0 + \varepsilon$ до $\alpha = 1 - \varepsilon$ ітераційний процес збігається.

В результаті отримано ряд замкнених виразів, які дозволяють вирішити цю задачу методологічно строго. Обчислення проводились для регіону України. Отримане значення полярного стиснення дорівнює $\alpha = 1/298.30700807$, а значення $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-9}$, що приводить до стійкого розв'язку задачі. Потрібно зауважити, що значення ε може залежати від вихідного набору даних та, зокрема, від особливостей комп'ютера (конкретного значення машинного нуля).

1. *Большаков В.Д., Гайдаев П.А.* Теория математической обработки геодезических измерений. – М.: Недра, 1977. – 342 с.
2. *Грушинский Н.П.* Теория фигуры Земли. – М.: Физматгиз, 1976. – 512 с.
3. *Мориц Г.* Фигура Земли: Теоретическая геодезия и внутреннее строение Земли // Пер. с англ. – Киев, 1994. – 240 с.
4. *Moritz H.* Geodetic Reference System 1980. Bulletin Geodisigue. The Geodesist's Handbook 1992.

Надійшла до редакції 31.08.99