Вісник Астрономічної школи | Astronomical School's Report

Том 1 • № 1 • 2000 С. 69 – 73

УДК 523.11

# Точковий вибух усередині каверни зі ступеневим розподілом густини.

**В.В. Мартюшов.**

Київський університет імені Тараса Шевченка, Україна

*Розглянуто задачу поширення ударної хвилі від точкового вибуху всередині каверни зі ступеневим розподілом густини. У наближенні Компанейця отримано точний аналітичний розв'язок, що описує еволюцію фронту ударної хвилі. Показано, що асиметрична форма деяких залишків наднових може бути пояснена нецентральним вибухом наднової всередині каверни, видутої зоряним вітром зірки-попередника.*

*ТОЧЕЧНЫЙ ВЗРЫВ ВНУТРИ КАВЕРНЫ СО СТЕПЕННЫМ РАПРЕДЕЛЕНИЕМ ПЛОТНОСТИ, Мартюшов В.В. – Рассмотрена задача распространения ударной волны от точечного взрыва внутри каверны со степенным распределением плотности. В приближении Компанейца получено точное аналитическое решение, описывающее эволюцию фронта ударной волны. Показано, что асимметричная форма некоторых остатков сверхновых может быть объяснена нецентральным взрывом сверхновой внутри каверны, выдутой звездным ветром звезды-предшественника.*

*A POINT EXPLOSION WITHIN A CAVITY WITH POWER-LAW DENSITY DISTRIBUTION, by Martiushov V.V. – The problem of propagation of a shock wave from a point explosion inside a cavity with a power-law density distribution is considered. Using the Kompaneets approximation, the exact analytical solution, describing a shock front, is obtained. It is shown, that an asymmetrical shapes of some supernovae remnants could be explained by non-central supernova explosion within a cavity, formed by stellar wind of a progenitor star.*

## ВСТУП.

Масивні зорі втрачають в процесі своєї еволюції значну долю маси. Темп втрати зоряної речовини може досягати $10^{-5}$–$10^{-4}$ сонячних мас/рік, а його швидкість – 2000 км/с. Спалахи наднових (НН) відбуваються, таким чином, в сильно збуреному попередником НН міжзоряному середовищі. Задача про точковий вибух (ТВ) у середовищі з спадаючою густиною (в галактичному диску, на краю молекулярної хмари, в атмосфері планети чи зорі) розглядалася багатьма авторами [1-5]. Але в кавернах (баблах), що видуті зоряним вітром, густина газу зростає від центру до периферії. В зв'язку з цим цікаво вивчити рух ударної хвилі (УХ), що генерується ТВ усередині каверни зі зростаючою від центра густиною. Нами розглянуто найпростіший випадок ступеневого розподілу всередині порожнини, та однорідного зовні неї:

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 \left(\dfrac{r}{R}\right)^{\omega}, & r < R,\ \omega > 0 \\ \rho_0, & r > R \end{cases} \qquad (1)$$

де $\rho_0$ – характерна густина, $r$ – відстань від центру, $R$ – радіус каверни. Вибух відбувається на відстані $a$ від центра, $a < R$.

Цей розподіл густини якісно відповідає пізній стадії еволюції бабла. На цій стадії зовнішня ударна хвиля вироджується в звукову, і до того щільна оболонка каверни "розпливається" і зникає.

Рух УХ розглядався в наближенні Компанейця [2]. Спрощення, що покладені в основу цього наближення:

1. УХ припускається сильною та адіабатичною
2. Тиск всередині об'єму, що охоплений УХ, припускається однорідним

## ОСНОВНІ РІВНЯННЯ.

Рівняння руху ударної хвилі:

$$\frac{df(\vec{r},t)}{dt} = 0 \qquad (2)$$

де $f(\vec{r},t)$ – функція, що описує положення фронта УХ; $\vec{r}$ – радіус-вектор обраної точки фронта; $t$ – час після вибуху.

Розписавши повну похідну, отримуємо іншу форму рівняння (2):

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 = u^2\left(\vec{\nabla} f\right)^2 \qquad (3)$$

тут $u$ – нормальна швидкість ударного фронту (УФ).

Зі спрощень Компанейця отримуємо вираз:

$$u^2 = \frac{(\gamma+1)p_1}{2\rho} = \frac{\lambda\left(\gamma^2-1\right)E_0}{2\rho V(t)} \qquad (4)$$

$\gamma$ – показник адіабати; $p_1$ – тиск за УФ; $E_0$ – енергія вибуху; $\rho$ – незбурена густина; $\lambda$ – фактор, який враховує відхилення тиску за УФ від середнього по об'єму залишка; $V(t)$ – об'єм, охоплений УХ.

Зручно ввести новий масштаб часу:

$$y = \sqrt{\frac{\lambda\left(\gamma^2-1\right)E_0}{2\rho_0}} \int_0^t \frac{dt}{\sqrt{V(t)}} \qquad (5)$$

Після такої заміни рівняння (3) приймає вигляд:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 = \frac{\rho_0}{\rho}\left(\vec{\nabla} f\right)^2 \qquad (6)$$

Вісь $Oz$ системи координат виберемо таку, що проходить через точку вибуху та центр каверни, який співпадає з початком координат. Таким чином, залишок має циліндричну симетрію, і задача зводиться до двовимірної. Ми будемо розглядати переріз УФ площиною xOz.

В полярній системі координат рівняння (6) набуває вигляду:

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right)^2 = \frac{\rho_0}{\rho}\left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\right] \tag{7}$$

Вісь Oz співпадає з полярною віссю.

## РОЗВ'ЯЗОК РІВНЯННЯ.

Рівняння (7) розв'язується методом розділення змінних.

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} = \eta^{-1}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial r} = \pm\sqrt{\frac{\rho(r)}{\rho_0 \eta^2} - \frac{1}{r^2}} \tag{8}$$

Після виконання стандартних операцій маємо систему:

$$\begin{cases} \theta = \eta^{-1}\left(y \pm \displaystyle\int \sqrt{\frac{\rho(r) r^2}{\rho_0} - \eta^2}\,\frac{dr}{r}\right) + b(\eta); \\ y \pm \displaystyle\int \frac{\rho(r)\, r\, dr}{\rho_0 \sqrt{\dfrac{\rho(r) r^2}{\rho_0} - \eta^2}} + \dfrac{db}{d\eta^{-1}} = 0 \end{cases} \tag{9}$$

$b(\eta)$ – довільна функція, яка випливає з початкових умов.

Для ранніх моментів часу УФ описується наступними рівняннями:

$$\begin{cases} \theta = \dfrac{2}{\omega + 2}\left[\arccos \dfrac{\eta}{R}\left(\dfrac{r}{R}\right)^{-\frac{\omega+2}{2}} - \arccos \dfrac{\eta}{R}\left(\dfrac{a}{R}\right)^{-\frac{\omega+2}{2}}\right] \\ y = \dfrac{2}{\omega + 2}\left[\sqrt{\left(\dfrac{r}{R}\right)^{\omega+2} R^2 - \eta^2} - \sqrt{\left(\dfrac{a}{R}\right)^{\omega+2} R^2 - \eta^2}\right] \end{cases} \tag{10}$$

в області $r_+ \le r \le r_2$, де $r_2$ – положення верхньої точки фронта (тут $\eta$=0), а $r_+$ відповідає $\eta = \left(\dfrac{a}{R}\right)^{\frac{\omega+2}{2}} R$.

$$\begin{cases} \theta = \dfrac{2}{\omega + 2}\left[-\arccos \dfrac{\eta}{R}\left(\dfrac{r}{R}\right)^{-\frac{\omega+2}{2}} + \arccos \dfrac{\eta}{R}\left(\dfrac{a}{R}\right)^{-\frac{\omega+2}{2}}\right] \\ y = \dfrac{2}{\omega + 2}\left[-\sqrt{\left(\dfrac{r}{R}\right)^{\omega+2} R^2 - \eta^2} + \sqrt{\left(\dfrac{a}{R}\right)^{\omega+2} R^2 - \eta^2}\right] \end{cases} \tag{11}$$

в області $r_1 \le r \le r_-$, де $r_1$ – положення нижньої точки фронта ($\eta$=0), а $r_-$ відповідає $\eta = \left(\dfrac{r}{R}\right)^{\frac{\omega+2}{2}} R$.

$$\begin{cases} \theta = \dfrac{2}{\omega+2}\left[\arccos\dfrac{\eta}{R}\left(\dfrac{r}{R}\right)^{-\frac{\omega+2}{2}} + \arccos\dfrac{\eta}{R}\left(\dfrac{a}{R}\right)^{-\frac{\omega+2}{2}}\right] \\ y = \dfrac{2}{\omega+2}\left[\sqrt{\left(\dfrac{r}{R}\right)^{\omega+2}R^2-\eta^2} + \sqrt{\left(\dfrac{a}{R}\right)^{\omega+2}R^2-\eta^2}\right] \end{cases} \tag{12}$$

в проміжній області $r_- \le r \le r_+$, при $\left(\dfrac{r}{R}\right)^{\frac{\omega+2}{2}} R \le \eta \le \left(\dfrac{a}{R}\right)^{\frac{\omega+2}{2}} R$

В момент часу $y^* = \dfrac{2R}{\omega+2}\left(\dfrac{a}{R}\right)^{\frac{\omega+2}{2}}$ фронт досягає центру каверни, при цьому розв'язок (11) зникає. Можна показати, що для подальших моментів часу фронт при $\dfrac{2\pi}{\omega+2} \le \theta \le \pi$ буде сферично-симетричним та описуватися рівнянням:

$$r = R\left[\frac{\omega+2}{2}\frac{y}{R} - \left(\frac{a}{R}\right)^{\frac{\omega+2}{2}} R\right]^{\frac{2}{\omega+2}} \tag{13}$$

Цей розв'язок автоматично "зшивається" з (12) при $\eta = 0$.

В момент $y_1 = \dfrac{2R}{\omega+2}\left(1-\left(\dfrac{a}{R}\right)^{\frac{\omega+2}{2}}\right)$ верхня точка фронту перетинає $r = R$ і в цій області з'являється новий розв'язок:

$$\begin{cases} \theta = \dfrac{2}{\omega+2}\left[\arccos\dfrac{\eta}{R} - \arccos\dfrac{\eta}{R}\left(\dfrac{a}{R}\right)^{-\frac{\omega+2}{2}}\right] - \left[\arccos\dfrac{\eta}{R} - \arccos\dfrac{\eta}{r}\right] \\ y = \dfrac{2}{\omega+2}\left[\sqrt{\left(\dfrac{r}{R}\right)^{\omega+2}R^2-\eta^2} - \sqrt{\left(\dfrac{a}{R}\right)^{\omega+2}R^2-\eta^2}\right] - \left[\sqrt{R^2-\eta^2} - \sqrt{r^2-\eta^2}\right] \end{cases} \tag{14}$$

$$0 \le \eta \le \eta_0$$

$\eta_0 = \eta_0(y)$ знаходимо при підстановці $r = R$ в друге рівняння системи (14).

Розв'язок (14) "зшивається" з (10) при $r = R$

Далі, в момент часу $y_2 = \dfrac{2R}{\omega+2}\sqrt{1-\left(\dfrac{a}{R}\right)^{\omega+2}}$ поверхня $r_+$ перетинає $r = R$ і при $r > R$ з'являється розв'язок:

$$\begin{cases} \theta = \dfrac{2}{\omega+2}\left[\arccos\dfrac{\eta}{R} + \arccos\dfrac{\eta}{R}\left(\dfrac{a}{R}\right)^{-\frac{\omega+2}{2}}\right] - \left[\arccos\dfrac{\eta}{R} - \arccos\dfrac{\eta}{r}\right] \\ y = \dfrac{2}{\omega+2}\left[\sqrt{\left(\dfrac{r}{R}\right)^{\omega+2}R^2 - \eta^2} + \sqrt{\left(\dfrac{a}{R}\right)^{\omega+2}R^2 - \eta^2}\right] - \left[\sqrt{R^2-\eta^2} - \sqrt{r^2-\eta^2}\right] \end{cases} \tag{15}$$

$\eta_0 \le \eta \le \left(\dfrac{a}{R}\right)^{\frac{\omega+2}{2}} R$. $\eta_0 = \eta_0(y)$ одержуємо з (15) при підстановці $r = R$.

Розв'язок (15) "зшивається" з (12) при $r = R$ та автоматично з (14) при $\eta = \left(\dfrac{a}{R}\right)^{\frac{\omega+2}{2}} R$.

При $y > y_f = \dfrac{2R}{\omega+2}\left(1 + \left(\dfrac{a}{R}\right)^{\frac{\omega+2}{2}}\right)$ ударна хвиля заповнює всю каверну, і в області

$\dfrac{2\pi}{\omega+2} \le \theta \le \pi$ маємо сферично-симетричний розв'язок: $r = y + R - \dfrac{2R}{\omega+2}\left(1 + \left(\dfrac{a}{R}\right)^{\frac{\omega+2}{2}}\right)$ (16)

який автоматично "зшивається" з (15) при $\eta$=0.

**ОБГОВОРЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ.**

На рис. 1 наведені положення УФ в різні моменти часу для точки вибуху $a = 0.8R$

Асиметрія, що виникає при зміщенні точки вибуху відносно центра бабла, може, на нашу думку, бути причиною досить далекої від сферично-симетричної морфології, яка спостерігається в багатьох залишків НН. Причиною зміщення точки вибуху може бути власний рух попередника наднової відносно міжзоряного середовища. Легко показати, що швидкості 10-20 км/год досить для того, щоб вибух відбувся на периферії каверни.

Аналогічна ситуація може реалізуватися у випадку індукованого зореутворення, коли області зореутворення розташовані на краю великих каверн, що видуті батьківською ОВ– асоціацією.

Автор щиро вдячний С.О.Силичу за постановку задачі та допомогу в роботі.

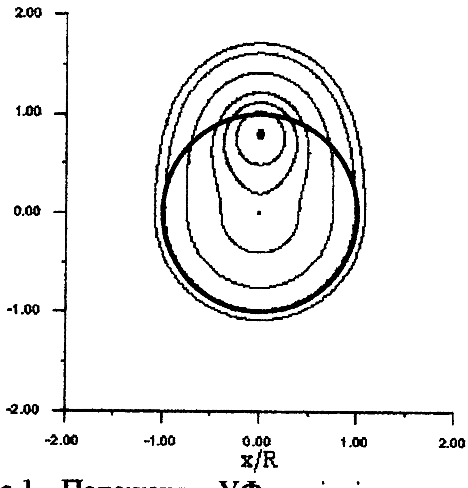


Рис.1. Положення УФ в різні моменти часу для точки вибуху $a = 0.8R$

1. *Коваленко И.Г.* : КФНТ, 1987, т.3, № 5, с. 78–81
2. *Компанеец А.С.* : Доклады АН СССР, 1960, т.130, №5, с.1001–1003
3. *Силич С.А., Фомин П.И.*: Доклады АН СССР, 1983, т.268, №4, с.861–864
4. *Kontorovich V.M., Pimenov S.F.*: Solar Physics, 1997, 172, 93–101
5. *Korycansky D.G.* : Astroph. J., 1992, 398, 184–189

Надійшла до редакції 11.05.99